

Segundo examen parcial

7 de mayo de 2024. 4:30 a 7pm

Nota: Recuerda justificar todas tus respuestas, no se asignarán puntos si sólo escribes la respuesta.

1. (30 puntos) Encuentra los valores que se piden

(a) Si $(a + b)^2 + 9 = 25$ ¿cuánto vale $a + b$?

(b) Si $9x^2y^2 + 6xy + 1 = 0$ ¿cuánto vale xy ?

(c) Si $\sqrt{x+4} - x = 4$, ¿cuánto vale x ?

2. (10 puntos) Simplifica sin usar calculadora y expresa tu respuesta de forma exacta (no uses decimales).

(a) $\sqrt[4]{810}$

(b) $\frac{\sqrt{ar}}{\sqrt{a-2}\sqrt{r}}$

3. (30 puntos) Expresa como número complejo de la forma $a + bi$ con a y b números reales.

(a) i^{123}

(b) $(i - i^{-1})^{-1}$

(c)

$$\left(\frac{1 - i}{1 - \frac{1-i}{1-\frac{1-i}{1+i}}} \right)^{2024}$$

4. (10 puntos) Expresa los siguiente complejos en su forma rectangular

(a) $6(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$

(b) $4(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$

5. (10 puntos) Expresa los siguiente complejos en su forma polar en su forma exacta (no uses decimales)

(a) $2 - 2i$

(b) $-2\sqrt{3} + 2i$

6. (10 puntos) Encuentra las siguientes potencias de números complejos. Sugerencia recuerda que $(a + bi)^n = r^n(\cos(n\theta) + i\sin(n\theta))$.

(a) $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^6$

(b) $(1 - i)^{20}$

7. (Extra, 10 puntos) Encuentra la raíz cuadrada de $7 - 24i$. Es decir, encuentra un número complejo que al multiplicarlo por si mismo te de $7 - 24i$. Nota. Hay dos números que cumplen.