

Examen final

Fecha: 9 de junio de 2022 4 a 6:30 pm

Nombre: _____

Nota: Recuerda justificar todas tus respuestas, no se asignarán puntos si sólo escribes la respuesta.

1. (10 puntos) Resuelve para x

(a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{1}{x}$

(b) $\frac{6x+12}{6-2x} = -2$

(c) $\frac{x+1}{x+4} = \frac{5}{6}$

(d) $\frac{5}{2-x} + \frac{5}{2+x} = -4$

(e) $x + 3(x - 3) = 3$

2. (20 puntos) Encuentra el número de soluciones reales de cada ecuación. No es necesario encontrar las soluciones.

(a) $3x^2 + 2 = 0$

(b) $x(x - 4)(4x - 3) = 0$

(c) $x^2 + 10x + 10 = 0$

(d) $x^2 + 5x + 10 = 0$

3. (20 puntos) Simplifica sin usar calculadora y expresa tu respuesta de forma exacta (no uses decimales).

(a) $\frac{\frac{1}{3a} - \frac{1}{3b}}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}$

(b) $\sqrt{125^{\frac{2}{3}}}$

(c) $((-8)^2)^{\frac{2}{3}}$

(d) $\frac{(125a^{\frac{1}{4}}b^6)^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}}$ (simplifica hasta que no haya ninguna expresión en el denominador)

4. (10 puntos) Expresa como número complejo de la forma $a + bi$ con a y b números reales.

(a) $(i - i^{-1})^{-2}$

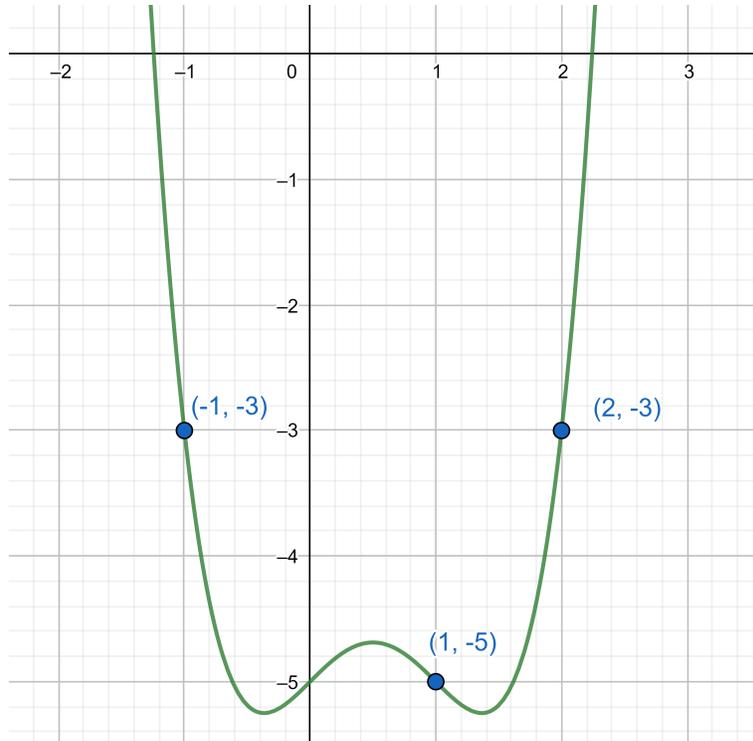
(b) $\frac{-2-i}{1+8i}$

5. (10 puntos) Encuentra la siguiente suma $-5 - 1 + 3 + 7 + \cdots + 99$

6. (10 puntos) El término número 15 de una sucesión aritmética es 37 y la suma de sus primeros 15 términos es 240. Calcular el primer término.

7. (10 puntos) Divide usando la división larga $4b^5 - 18b^3 + 14b^2 - 21$ entre $2b^2 - 3$

8. (10 puntos) Con la información de la gráfica del polinomio $P(x)$ responde



- (a) ¿Cuántas soluciones tiene $P(x) = 0$?
- (b) ¿Cuál es el residuo de dividir $P(x)$ entre $x + 1$?