

Probabilidad I

Tarea 7

Entregar: 15/11/2011

- (Superposición de procesos de Poisson) Suponga que moscas y avispas caen en la sopa de acuerdo dos procesos de Poisson independientemente con intensidad λ y μ , respectivamente. Argumente que el número de insectos que caen en la sopa forma un proceso de Poisson con intensidad $\lambda + \mu$. El ejercicio consiste en verificar que la suma de procesos de Poisson independientes es un proceso de Poisson cuya intensidad es la suma de las intensidades de los sumandos.
- Una masa radioactiva emite partículas de acuerdo a un proceso de Poisson con intensidad $\lambda = 2$ por minuto.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la prime partícula aparezca después de los 3 minutos pero antes de los 5 minutos.
 - ¿Determine la probabilidad de que exactamente una partícula sea emitida en el intervalo de 3 a 5 minutos?
- Sea $(N_t, t \geq 0)$ un proceso de Poisson con intensidad $\lambda > 0$, el cual es independiente de una variable aleatoria no-negativa T con media μ y varianza σ^2 . Encuentre
 - $\text{Cov}(T, N(T))$.
 - $\text{Var}(N(T))$.
- Suponga que la gente llega a la parada del autobús de acuerdo a un proceso de Poisson de parámetro $\lambda > 0$. El autobús parte a al tiempo t . Sea X el tiempo de espera total de los pasajeros que alcanzan el autobús. Nos interesa determinar $\text{Var}(X)$. Sea $N(t)$ el número de pasajeros que llegan al tiempo t .
 - Encuentre $\mathbb{E}(X|N(t))$.
 - Verique que $\text{Var}(X|N(t)) = \frac{N(t)t^2}{12}$.
 - Determine $\text{Var}(X)$.
- Sea $\{X(t), t \geq 0\}$ un proceso de Poisson con intensidad λ . Para cada $n = 1, 2, \dots$, encuentre la esperanza de T_1 dado que $X(1) = n$.
- Un servicio recibe clientes de acuerdo a un proceso de Poisson de intensidad $\lambda > 0$. Supongamos que sabemos que durante la primera hora

llegan 5 clientes. El tiempo que tarda cada cliente en servicio es una variable aleatoria con distribución exponencial de parámetro α independientemente de los demás, y luego se retira. ¿Determine la probabilidad de que la tienda quede vacía al terminar la primera hora?

7. Un sistema recibe descargas de acuerdo a un proceso de Poisson de parámetro λ . Cada descarga daña el sistema independientemente de las otras (también del número de descargas), y los daños se acumulan de manera aditiva. Determine la media y la varianza del daño total cuando los daños tienen distribución exponencial de parámetro θ .