UG

Lenguaje de Programación: C++

Métodos Numéricos
Resolución numérica de ecuaciones no lineales

José Luis Alonzo Velázquez

Universidad de Guanajuato

Sesión 53

En análisis numérico un algoritmo de búsqueda de raíces es un **método numérico** o algoritmo para encontrar las soluciones aproximadas de una ecuación dada por la expresión $f(x) = 0$ para una función matemática f dada. A la solución x de la ecuación se le llama raíz o cero de la función.

Igualmente, resolver la ecuación $f(x) = g(x)$ es análogo a resolver la ecuación $f - g = 0$, es decir, encontrar las raíces de la función $f - g$.

Por lo tanto el problema es encontrar raíces reales ó complejas, aproximadas por números de punto flotante.

Los métodos numéricos de resolución de ecuaciones no lineales suelen ser métodos iterativos que producen una sucesión de valores aproximados de la solución, que se espera, que converja a la raíz de la ecuación. Estos métodos van calculando las sucesivas aproximaciones en base a los anteriores, a partir de una o varias aproximaciones iniciales.

El comportamiento de los algoritmos de búsqueda de raíces se estudia en análisis numérico. Funcionan mejor cuando se toman en cuenta las características de la función. Para saber que método debemos aplicar, hay que tener en cuenta la capacidad de separar raíces cercanas, confiabilidad en el alcance de soluciones evitando errores numéricos graves y orden de convergencia.

¿Qué es el método de bisección?

El método de bisección es un algoritmo de búsqueda de raíces que trabaja dividiendo el intervalo a la mitad y seleccionando el subintervalo que tiene la raíz.

Justificación del algoritmo

Este es uno de los métodos más sencillos y de fácil intuición para resolver ecuaciones en una variable. Se basa en el teorema del valor intermedio, el cual establece que toda función continua f en un intervalo cerrado $[a, b]$ toma todos los valores que se hallan entre $f(a)$ y $f(b)$. Esto es que todo valor entre $f(a)$ y $f(b)$ es la imagen de al menos un valor en el intervalo $[a, b]$. En caso de que $f(a)$ y $f(b)$ tengan signos opuestos, el valor cero sería un valor intermedio entre $f(a)$ y $f(b)$, por lo que con certeza existe un p en $[a, b]$ que cumple $f(p) = 0$. De esta forma, se asegura la existencia de al menos una solución de la ecuación $f(a) = 0$.

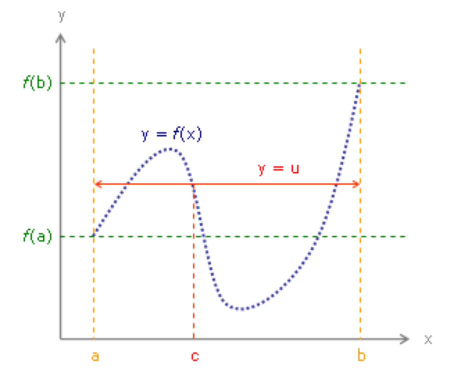

Figura: Teorema de los valores intermedios.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.
- A continuación se verifica que $f(a) \cdot f(b) < 0$.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.
- A continuación se verifica que $f(a) \cdot f(b) < 0$.
- Se calcula el punto medio m del intervalo $[a, b]$ y se evalúa $f(m)$ si ese valor es igual a cero, ya hemos encontrado la raíz buscada.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.
- A continuación se verifica que $f(a) \cdot f(b) < 0$.
- Se calcula el punto medio m del intervalo $[a, b]$ y se evalúa $f(m)$ si ese valor es igual a cero, ya hemos encontrado la raíz buscada.
- En caso de que no lo sea, verificamos si $f(m)$ tiene signo opuesto con $f(a)$ o con $f(b)$.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.
- A continuación se verifica que $f(a) \cdot f(b) < 0$.
- Se calcula el punto medio m del intervalo $[a, b]$ y se evalúa $f(m)$ si ese valor es igual a cero, ya hemos encontrado la raíz buscada.
- En caso de que no lo sea, verificamos si $f(m)$ tiene signo opuesto con $f(a)$ o con $f(b)$.
- Se redefine el intervalo $[a, b]$ como $[a, m]$ ó $[m, b]$ según se haya determinado en cuál de estos intervalos ocurre un cambio de signo.

El método consiste en lo siguiente:

- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función $f(x)$ en el intervalo $[a, b]$.
- A continuación se verifica que $f(a) \cdot f(b) < 0$.
- Se calcula el punto medio m del intervalo $[a, b]$ y se evalúa $f(m)$ si ese valor es igual a cero, ya hemos encontrado la raíz buscada.
- En caso de que no lo sea, verificamos si $f(m)$ tiene signo opuesto con $f(a)$ o con $f(b)$.
- Se redefine el intervalo $[a, b]$ como $[a, m]$ ó $[m, b]$ según se haya determinado en cuál de estos intervalos ocurre un cambio de signo.
- Con este nuevo intervalo se continúa sucesivamente encerrando la solución en un intervalo cada vez más pequeño, hasta alcanzar la precisión deseada.

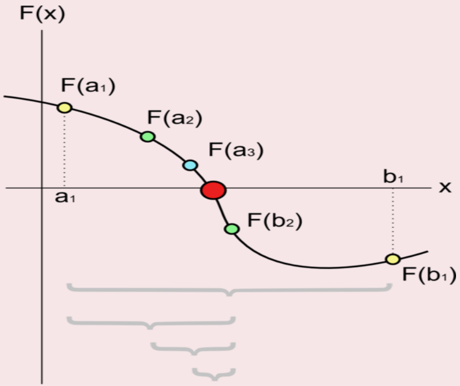

Figura: Método de Bisección.

- Programming Principles and Practice Using C++, Bjarne Stroustrup.
- http://www.codeblocks.org
- http://www.wxwidgets.org
- (O'Reilly) Practical C Programming (3rd Edition)
- http://www.cplusplus.com
- http://es.wikipedia.org/wiki/GLUT