

Lenguaje de Programación: C++
Métodos Numéricos
ERRORES DE REDONDEO Y TRUNCAMIENTO

José Luis Alonzo Velázquez

Universidad de Guanajuato

Mayo 2011

Cifras significativas

Cuando se emplea un número en un cálculo, debe haber seguridad de que pueda usarse con confianza. El concepto de cifras significativas tiene dos implicaciones importantes en el estudio de los métodos numéricos.

- Los métodos numéricos obtienen resultados aproximados. Por lo tanto, se debe desarrollar criterios para especificar que tan precisos son los resultados obtenidos.
- Aunque ciertos números representan número específicos, no se pueden expresar exactamente con un número finito de cifras.

Exactitud y Precisión

La **exactitud** se refiere a que tan cercano está el valor calculado o medido del valor verdadero.

La **precisión** se refiere a qué tan cercano está un valor individual medido o calculado respecto a los otros.

La **inexactitud** se define como un alejamiento sistemático de la verdad.

La **imprecisión**, sobre el otro lado, se refiere a la magnitud del esparcimiento de los valores.

Los métodos numéricos deben ser lo suficientemente exactos o sin sesgos para que cumplan los requisitos de un problema particular de ingeniería.

Error

En general, para cualquier tipo de error, la relación entre el número exacto y el obtenido por aproximación se define como:

$\text{Error} = \text{Valor real} - \text{valor estimado}$

En ocasiones, se sabrá exactamente el valor del error.

Ahora, para definir la magnitud del error, o que incidencia tiene en el cálculo.

ERROR DE REDONDEO

Muchas veces, los computadores cortan los números decimales entre 17mo y 12vo decimal introduciendo así un error de redondeo. Por ejemplo, el valor de \exp se conoce como 2,718281828... hasta el infinito.

Si cortamos el número en 2.71828182 (8 cifras significativas luego del punto decimal) estamos obteniendo un error de

$$E = 2,718281828 - 2,71828182 = 0,000000008 \dots$$

Sin embargo, como no consideramos que el número que seguía al corte era mayor que 5, entonces nos convenía dejar el número como 2.71828183, caso en el cual el error sería solo de

$$E = 2,718281828 - 2,71828183 = -0,000000002 \dots$$

que en términos absolutos es mucho menor que el anterior.

En general

El error de corte de las computadoras será muy inferior al error introducido por un usuario, que generalmente corta a un menor número de cifras significativas.

Dependiendo de la magnitud de los números con los que se trabaja, el error de redondeo puede tener una incidencia muy grande muy pequeña en el cálculo final. Así por ejemplo, si tenemos un producto de 502.23 m y un precio en dólares de US \$ 7.52, el precio total nos dará US\$ 3,776.7696 (que en pesos, con 1 dólar = \$500 nos da \$1,888,384.8).

Ahora, si introducimos una variación del 0.1 % en los metros del producto y calculamos el total, obtenemos $502.23 * 0.1\% = 507.54$, que en US\$ equivalen a US\$3,816.7008 (o sea, \$1,908,350.4 pesos, una diferencia de \$19,965,6) lo que no deja de ser importante, ya que una variación de 0.1 % en el metraje del producto nos da un error superior a 1.5 % en el precio final.

ERRORES DE TRUNCAMIENTO

Los errores de truncamiento tienen relación con el método de aproximación que se usará ya que generalmente frente a una serie infinita de términos, se tenderá a cortar el número de términos, introduciendo en ese momento un error, por no utilizar la serie completa (que se supone es exacta).

En una iteración, se entiende como el error por no seguir iterando y seguir aproximándose a la solución. En un intervalo que se subdivide para realizar una serie de cálculos sobre él, se asocia al número de paso, resultado de dividir el intervalo n veces.

Expansión en Series de Taylor

Una especial atención tiene la aproximación de funciones por la utilización de series de expansión de Taylor. Así, si una función es continua y diferenciable dentro del intervalo de interés, puede ser escrita como una serie de potencia finita, o serie de Taylor.

 Programming Principles and Practice Using C++, Bjarne Stroustrup.

 <http://www.codeblocks.org>

 <http://www.wxwidgets.org>

 (O'Reilly) Practical C Programming (3rd Edition)

 <http://www.cplusplus.com>

 <http://es.wikipedia.org/wiki/GLUT>