TAREA 13
16 de Noviembre de 2011
Se entrega Lunes 28 de Noviembre

Problema 1. *Encuentra el cociente y el resto de hacer la división de a(x) entre b(x) y di en qué anillos de polinomios están (¿cuál es el campo?):*
a) $a(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1, b(x) = x^2 + 2$
b) $x^2 + \sqrt{2}x - 1, b(x) = x - \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}$,
c)$3x^4 + 8x^2 + 2, b(x) = 12x^2 + x + 3$.

Problema 2. *Calcula el máximo común divisor d(x) (mónico) de los polinomios* $p(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$ *y* $q(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. *Encuentra dos polinomios a(x) y b(x) tales que d(x)=p(x)a(x)+q(x)b(x).*

Problema 3. *Factoriza como producto de polinomios irreducibles:*
$x^3 - 2, x^{12} - 4$ *en* $\mathbb{Q}[x], \mathbb{R}[x]$ *y* $\mathbb{C}[x]$.

Problema 4. *Calcula todos los ceros racionales de* $20x^3 - 56x^2 - 33x + 9$.

Problema 5. *Determina un polinomio de grado 5 tal que p(0)=p(1)=p(2)=p(3)=p(4)=1.*

Problema 6. *Descompón* $(x + 1)^n + (x - 1)^n \in \mathbb{C}[x]$ *en factores lineales.*

Problema 7. *Demuestra que* $2 + \sqrt[3]{3}, \sqrt{2} + \sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{2} + \sqrt{3}$ *son, cada uno de ellos, cero de algún polinomio de* $\mathbb{Z}[x]$, *¿de cuál?.*

Problema 8. *Determina cuáles de los siguientes polinomios son irreducibles en* $\mathbb{Q}[x]$: $x^3 - 2, x^3 + 2x^2 + 2x + 1, x^4 + 1, x^4 - x^2 - 1, x^2 - 2x + 4, x^6 + 2x^3 + 1$.

Problema 9. *(***Teorema de Euclides***) Si a(x)|b(x)c(x) y m.c.d(a(x),b(x))=1, entonces a(x)|c(x). (Ind: haz la prueba análoga a la del resultado en el anillo* $\mathbb{Z}$*).*