

**TAREA 10**  
**31 de Octubre de 2011**  
**Se entrega Miércoles 9 de Noviembre**

**Problema 1.** a) Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos no vacíos con  $A \subset B$ . Probar que  $\sup A \leq \sup B$  e  $\inf A \geq \inf B$ .

b) Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos acotados superiormente, y definimos  $A+B = \{x+y \mid x \in A, y \in B\}$ . Demostrar que  $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$ ,  $\inf(A+B) = \inf A + \inf B$ .

c) Si  $A = \{x_i\}_{i \in I}$ ,  $B = \{y_i\}_{i \in I}$  y  $C = \{x_i + y_i\}_{i \in I}$ , demostrar que  $\sup C \leq \sup A + \sup B$  e  $\inf C \geq \inf A + \inf B$ .

**Problema 2.** Halle el supremo e ínfimo del conjunto  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n} + (-1)^n, n \in \mathbb{N}\}$ , diga si ellos son sus respectivos máximo y mínimo.

**Problema 3.** Halle el supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto  $\{x \in \mathbb{R} \mid |1+3x| \leq 1\}$ .

**Problema 4.** Expresa en la forma  $u+iv$  los siguientes números complejos: a)  $\frac{1+i}{3-4i}$ , b)  $\frac{-2+i}{3+4i}$ , c)  $\frac{i^4-1}{i-1}$ .

**Problema 5.** ¿Quién es  $i^n$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ ?

**Problema 6.** Calcula el argumento y la distancia entre cada dos de los siguientes puntos de  $\mathbb{C}$ :

$$-3, -1+i, 1+4i, \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**Problema 7.** Describe o dibuja los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{C}$ :

a)  $\{z; -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$ ,

b)  $\{z; \operatorname{Im}(iz) = 1\}$ ,

c)  $\{z; \operatorname{Im}(z) = 2\operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z) \geq 0\}$ ,

d)  $\{z; |z^2| = 4\}$ .

**Problema 8.** Escribe en forma polar los siguientes números, sus cuadrados y sus potencias terceras:  $(-1,2), (0,5), (4,3), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ .