

TAREA 10
31 de Octubre de 2011
Se entrega Miércoles 9 de Noviembre

Problema 1. a) Sean A y B dos conjuntos no vacíos con $A \subset B$. Probar que $\sup A \leq \sup B$ e $\inf A \geq \inf B$.

b) Sean A y B dos conjuntos acotados superiormente, y definimos $A+B = \{x+y \mid x \in A, y \in B\}$. Demostrar que $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$, $\inf(A+B) = \inf A + \inf B$.

c) Si $A = \{x_i\}_{i \in I}$, $B = \{y_i\}_{i \in I}$ y $C = \{x_i + y_i\}_{i \in I}$, demostrar que $\sup C \leq \sup A + \sup B$ e $\inf C \geq \inf A + \inf B$.

Problema 2. Halle el supremo e ínfimo del conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n} + (-1)^n, n \in \mathbb{N}\}$, diga si ellos son sus respectivos máximo y mínimo.

Problema 3. Halle el supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto $\{x \in \mathbb{R} \mid |1+3x| \leq 1\}$.

Problema 4. Expresa en la forma $u+iv$ los siguientes números complejos: a) $\frac{1+i}{3-4i}$, b) $\frac{-2+i}{3+4i}$, c) $\frac{i^4-1}{i-1}$.

Problema 5. ¿Quién es i^n para cada $n \in \mathbb{N}$?

Problema 6. Calcula el argumento y la distancia entre cada dos de los siguientes puntos de \mathbb{C} :

$$-3, -1+i, 1+4i, \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Problema 7. Describe o dibuja los siguientes subconjuntos de \mathbb{C} :

a) $\{z; -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1\}$,

b) $\{z; \operatorname{Im}(iz) = 1\}$,

c) $\{z; \operatorname{Im}(z) = 2\operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z) \geq 0\}$,

d) $\{z; |z^2| = 4\}$.

Problema 8. Escribe en forma polar los siguientes números, sus cuadrados y sus potencias terceras: $(-1,2), (0,5), (4,3), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.