TAREA 8
17 de Octubre de 2011
Se entrega Lunes 24 de Octubre

Problema 1. *Prueba que* r *es una sucesión decimal de tamaño* n *si y sólo si* $10^n r \in \mathbb{Z}$.

Problema 2. *Demuestra que la representación decimal de un número natural es única. (Ind: utiliza inducción en el natural y el algoritmo de la división entera entre 10). ¿Qué pasa si consideramos alguna otra base* $a \in \mathbb{N}$*?.*

Problema 3. *Prueba que para toda expresión decimal finita* $a_m a_{m_1} \ldots a_0.b_1 b_2 \ldots b_n$ *se cumple que*

$$a_m a_{m_1} \ldots a_0.b_1 b_2 \ldots b_n 999... = a_m a_{m_1} \ldots a_0.b_1 b_2 \ldots b_n + 10^{-n}$$

Problema 4. *Demuestra que si un número real* u *admite dos representaciones decimales distintas, necesariamente una termina con una sucesión de ceros y la otra con una sucesión de 9.*

Problema 5. *Da las posibles representaciones decimales de: a) 1.01, b)* $\frac{1}{4}$ *y c)*$\frac{4}{25}$.

Problema 6. *Procediendo análogamente, encuentra la (o las) sucesión binaria que representa a* $\frac{1}{10}$.

Problema 7. *Prueba que* $\sum_{k=1}^{\infty} 10^{-(k!)}$ *es irracional.*

Problema 8. *Si denotamos por* $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ *al conjunto* $\{a+\sqrt{2}b; a, b \in \mathbb{Q}\}$*, define en él una suma y un producto que le den estructura de anillo y de modo que la inclusión de* $\mathbb{Q}$ *sea un morfismo de anillos. ¿Tienen solución en* $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$*las ecuaciones* $x^2 = 2$ *y* $x^2 = 3$*?.*