TAREA 5

21 de Septiembre de 2011

Problema 1. *Prueba que todo número entero es congruente módulo 7 a exáctamente uno de los siguientes números:* $291, 7, 54, 31, 36, 20, 765$.

Problema 2. *Prueba los siguientes criterios de divisibilidad:*

a) *Un número entero es divisible por* 3 *si y sólo si la suma de sus dígitos los es.*

b) *Un número entero es divisible por* 4 *si y sólo si el número formado por las dos últimas cifras (unidades y decenas) lo es.*

c) *Un número entero es divisible por* 11 *si y sólo si la suma alternada de sus dígitos es divisible por 11 (ej: 902 9-0+2=11 sí lo es).*

Problema 3. *Prueba los siguientes criterios de divisibilidad: Sea* $n \in \mathbb{Z}$. *Escribimos* $n = 10a + b$. *Entonces:*

a) n *es divisible por 7 si y sólo si lo es* $a - 2b$.

b) n *es divisible por 13 si y sólo si lo es* $a + 4b$. *Utiliza este criterio (dos veces) para probar que* 1521 *es divisible por* 13.

Problema 4. *Propón un criterio de divisibilidad por 17 y pruébalo.*

Problema 5. *Resuelve en* $\mathbb{Z}$ *las siguiente ecuaciones:*

a) $36x \equiv 6 \pmod{21}$ *c)* $x \equiv 21 \pmod{29}$

b) $2x \equiv 14 \pmod{5}$ *d)* $3x \equiv 18 \pmod{21}$

Problema 6. *Resuelve en* $\mathbb{Z}$ *las siguientes ecuaciones:*

a) $27x + 6y = 15$ *c)* $-x + 2y = 6$

b) $15x + 5y = 8$ *d)* $3x + 9y = 12$

Problema 7. *Escribir una sola congruencia que sea equivalente al par de congruencias:* $x \equiv 1 \pmod{4}$ *y* $x \equiv 2 \pmod{3}$*.*

Problema 8. *Probar que el producto de tres enteros consecutivos es divisible por 6 y el de 4 enteros consecutivos lo es por 24.*

Problema 9. *Probar que para cualquier* $n \in \mathbb{Z}$*,* $n^2 - n$ *es divisible por 30.*

Los siguientes problemas son opcionales:

***Problema 10.** *Encuentra los últimos 4 dígitos de* 999^{999}*.*