

## TAREA 4

14 de Septiembre de 2011

**Problema 1.** Encuentra el cociente y el resto en las siguientes divisiones enteras:

1.  $a = 0, b = -3$ .

2.  $a = 2^{10}, b = 3^{10}$ .

3.  $a = -8611, b = -37$ .

4.  $a = p^3 + 2p^2 + 2p + 2, b = p + 1 (p > 0)$ .

**Problema 2.** Encuentra el máximo común divisor de las siguientes parejas de números y escríbelo como una combinación lineal en ellos:

1.  $a = -121, b = 33$

2.  $a = 543, b = -241$

3.  $a = 78696, b = 19332$

**Problema 3.** Prueba que en la expresión  $(a, b) = ua + vb$ , los enteros  $u$  y  $v$  no son únicos.

**Problema 4.** Prueba que los enteros  $a$  y  $b$  son primos relativos si y sólo si existen enteros  $u$  y  $v$  tales que  $1 = au + vb$ . Demuestra luego que dos enteros consecutivos son primos relativos.

**Problema 5.** Prueba que si  $a$  y  $b$  son enteros no nulos relativamente primos, se cumple que  $m.c.m(a, b) = |a||b|$

**Problema 6.** Si  $k > 0$  prueba que  $m.c.d(ka, kb) = km.c.d(a, b)$  y  $m.c.m(ka, kb) = km.c.m(a, b)$ .

**Problema 7.** Aplicando el algoritmo de Euclides encuentra el mcd de las siguientes parejas de números:

1. 329, 1005

2. 1302, 1224

3. 1816,  $-1789$

**Problema 8.** *Utilizando el algoritmo de Euclides expresa el mcd como combinación lineal de:*

1. 228, 348

2.  $2n + 1$ ,  $4n$

3. 30, 18