

TAREA 4

14 de Septiembre de 2011

Problema 1. Encuentra el cociente y el resto en las siguientes divisiones enteras:

1. $a = 0, b = -3$.

2. $a = 2^{10}, b = 3^{10}$.

3. $a = -8611, b = -37$.

4. $a = p^3 + 2p^2 + 2p + 2, b = p + 1 (p > 0)$.

Problema 2. Encuentra el máximo común divisor de las siguientes parejas de números y escríbelo como una combinación lineal en ellos:

1. $a = -121, b = 33$

2. $a = 543, b = -241$

3. $a = 78696, b = 19332$

Problema 3. Prueba que en la expresión $(a, b) = ua + vb$, los enteros u y v no son únicos.

Problema 4. Prueba que los enteros a y b son primos relativos si y sólo si existen enteros u y v tales que $1 = au + vb$. Demuestra luego que dos enteros consecutivos son primos relativos.

Problema 5. Prueba que si a y b son enteros no nulos relativamente primos, se cumple que $m.c.m(a, b) = |a||b|$

Problema 6. Si $k > 0$ prueba que $m.c.d(ka, kb) = km.c.d(a, b)$ y $m.c.m(ka, kb) = km.c.m(a, b)$.

Problema 7. Aplicando el algoritmo de Euclides encuentra el mcd de las siguientes parejas de números:

1. $329, 1005$

2. $1302, 1224$

3. $1816, -1789$

Problema 8. *Utilizando el algoritmo de Euclides expresa el mcd como combinación lineal de:*

1. $228, 348$

2. $2n + 1, 4n$

3. $30, 18$