

TAREA 3

1. Sea $t(n)$ el número de primos distintos que dividen al número n (1 no se considera un número primo). Entonces:

1.) $2^{t(n)} \leq n$.

2.) Si n es impar, $3^{t(n)} \leq n$.

(Ind: considera aparte los casos n primo y n no primo y utiliza el principio de inducción generalizado).

2. Demuestra el siguiente resultado:

Proposición. Sea S un conjunto y \sim una relación de equivalencia definida en él, entonces:

a) $x \in [x]$

b) $[x] = [y]$ si y sólo si $x \sim y$

c) $y \in [x]$ entonces $[x] = [y]$

d) Para cualesquiera $x \in S, y \in S$ se cumple una y sólo una de las siguientes condiciones: $[x] = [y]$ o $[x] \cap [y] = \emptyset$

e) $S = \bigcup \{[x]; x \in S\}$.

3. Encontrar las relaciones de equivalencia en el conjunto $\{0, 1, 2\}$.

4. Da una relación para la cual valgan las propiedades reflexiva y simétrica, pero no la transitiva. Igualmente una que verifique la reflexividad y transitividad pero no la simetría.

5. Sea $k \in \mathbb{N}$. Definimos la relación en \mathbb{Z} , $n \sim m$ si $n - m = ks$ para algún $s \in \mathbb{N}$. Demuestra que es una relación de equivalencia. En el caso $k=2$, describe las clases de equivalencia que resultan.