TAREA 1

1. Dados A, B y C conjuntos, prueba:

   (a) C $\setminus$ (C $\setminus$ A) = C $\cap A$.

   (b) C$\setminus A$ = C $\setminus$ (C $\setminus A$).

   (c) Si $A \subset C$ entonces $C \setminus (A \setminus B) = (C \setminus A) \bigcup (A \cap B)$.

2. Tomando N como el conjunto universal, determina $A \bigcup B, A \cap B$ yA^c en cada uno de los casos:

   (a) $A = \{n; n$ es par$\}$, $B = \{n; n < 10\}$.

   (b) $A = \{n; n^2 > 2n - 1\}, B = \{n; n^2 = 2n + 3\}$.

   (c) $A = \{n; (n + 1)/2 \in N >\}, B = \{n; n/2 \in N\}$.

3. Di cuál de los siguientes conjuntos es finito:

   (a) $\{(x, y, z); x \in \{0, 1, 2\}, y \in \{3, 4\}, z \in \{0, 2, 4\}\}$.

   (b) $\{x; x \in Z, x < 5\}$.

   (c) $\{x; x \in N, x^2 - 3{=}0\}$.

   (d) $\{x; x \in Q, 0 < x < 1\}$.

4. Demuestra que los siguientes conjuntos tienen la misma cardinalidad:

   (a) El conjunto de los números enteros, Z.

   (b) $\{n^2 | n \in Z\}$.

   (c) $\{3n | n \in Z\}$.

5. Di por qué $\sqrt{\ } : R^+ \to R$ no es una función.

6. Demuestra que el conjunto de los números reales y el intervalo $\{x \in R; 0 < x < 1\}$ tienen la misma cardinalidad. Indicación: utiliza primero la función $f(x) = 1/(1 + x)$, en 'un trozo de la recta'.

7. Prueba, sin usar inducción, las siguientes fórmulas:

   (a) $1 + 2 + ... + n = n(n + 1)/2$ (suma aritmética).

   (b) $1{+}r{+}r^2{+}...{+}r^n = (1{-}r^{n+1})/(1{-}r), 0 < r < 1$ (suma geométrica).