

Material de Apoyo
30 de Septiembre de 2011.

Problemas de practica

Problema 1. Probar que si x y y son enteros impares, entonces $x^2 + y^2$ es par, pero no es divisible entre 4.

Problema 2. Probar que el cuadrado de cualquier entero es de la forma $3k$ o bien $3k + 1$, pero no de la forma $3k + 2$.

Problema 3. Probar que si n es impar, entonces $8 \mid n^2 - 1$.

Problema 4. Sean m, a, b enteros cualesquiera, probar que $(ma, mb) = m \cdot (a, b)$

Problema 5. Dados los números $A = 23 \cdot 310 \cdot 5 \cdot 72$ y $B = 25 \cdot 3 \cdot 11$, encuentre (A, B) .

Problema 6. Dados los números $A = 28 \cdot 53 \cdot 7$ y $B = 25 \cdot 3 \cdot 57$, encuentre $[A, B]$.

Problema 7. Dados dos números primos distintos p y q , encuentre el número de diferentes divisores positivos de:

a) pq

b) p^2q

c) p^2q^2

d) p^nq^m

Problema 8. Pruebe que el producto de cualesquiera cinco números naturales consecutivos es:

a) divisible por 30

b) divisible por 120

Problema 9. Encuentre el menor número natural n tal que $n!$ es divisible por 990.

Problema 10. ¿Cuántos ceros hay al final de la representación decimal del número $100!$?

Problema 11. Pruebe que si un número tiene un número impar de divisores, entonces éste es un cuadrado perfecto.

Problema 12. ¿Puede un número escrito con cien 0's, cien 1's, y cien 2's ser un cuadrado perfecto?

Problema 13. Encuentre todas las soluciones en números naturales de las ecuaciones:

$$a)x^2 - y^2 = 31$$

$$b)x^2 - y^2 = 303$$

Problema 14. Hallar un cuadrado de la forma $aabb$.

Problema 15. Si a y b son números positivos distintos que cumplen $a^2 + b^2 = 4ab$, hallar el valor de

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$$