TAREA 3

7 de Septiembre de 2011

Problema 1. *Sea $t(n)$ el número de primos distintos que dividen al número n (1 no se considera un número primo). Entonces:*

1. $2^{t(n)} \leq n$.

2. *Si n es impar,* $3^{t(n)} \leq n$.

(Ind: considera aparte los casos n primo y n no primo y utiliza el principio de inducción generalizado).

Demuestra el siguiente resultado:

Proposición 2. *Sea S un conjunto y $\sim x$ una relación de equivalencia definida en él, entonces:*

a) $x \in [x]$.

b) $[x] = [y]$ *si y sólo si* $x \sim y$.

c) $y \in [x]$ *entonces* $[x] = [y]$.

d) *Para cualesquiera $x \in S$, $y \in S$ se cumple una y sólo una de las siguientes condiciones:* $[x] = [y]$ *o* $[x] \cap [y] = \emptyset$

e) $S = \bigcup(\{[x]; x \in S\})$.

Problema 3. *Encontrar las relaciones de equivalencia en el conjunto* $\{0, 1, 2\}$.

Problema 4. *Da una relación para la cual valgan las propiedades reflexiva y simétrica, pero no la transitiva. Igualmente una que verifique la reflexividad y transitividad pero no la simetría.*

Problema 5. *Sea $k \in \mathbb{N}$. Definimos la relación en $\mathbb{Z}$, $n \sim m$ si $n - m = ks$ para algún $s \in \mathbb{Z}$. Demuestra que es una relación de equivalencia. En el caso $k = 2$, describe las clases de equivalencia que resultan.*

Los problemas con asterisco (*) los pueden entregar y les contara como extra. Los problemas con doble asterisco(**) son para aquellos que hallan tenido problemas con las definiciones y/o problemas de la tarea pasada.

Definición 1. *Principio de Inducción Fuerte:*

Sea $P(n)$ una afirmación que depende del parámetro n entero, y suponiendo que se demuestra lo siguiente,

1. *$P(n_0)$ es cierta para un cierto n_0 entero.*

2. *Siempre que $P(k)$ es cierto y que $P(m)$ es cierto para cualquier entero $n_0 < m < k$ se tendrá que $P(k+1)$ es cierto.*

entones la afirmación $P(n)$ será cierta para todo entero $n > n_0$.

***Problema 6.** *Escribir $\frac{1}{n}$ en base 6, para $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7$. ¿para cuáles fracciones $\frac{m}{n}$ su desarrollo en base 6 es finita? y ¿en base cualquiera b?.*

Por ejemplo, en base 10, el desarrollo de $\frac{1}{2}$ es finito, 0.5, y el de $\frac{1}{3}$ es infinto, $0.333\ldots$.

***Problema 7.** *Encontrar los primeros 5 dígitos en la representación de $\sqrt{2}$ en base 2.*