

# Tarea 1

Indicaciones: Escoja 10 de los siguientes problemas<sup>1</sup>:

En cada uno de los problemas 1–7 encuentre la solución general de la ecuación diferencial.

**Problema 1.**

$$\frac{dy}{dt} + y \cos t = 0$$

**Problema 2.**

$$\frac{dy}{dt} + y\sqrt{t} \sin t = 0$$

**Problema 3.**

$$\frac{dy}{dt} + \frac{2t}{1+t^2}y = \frac{1}{1+t^2}$$

**Problema 4.**

$$\frac{dy}{dt} + y = te^t$$

**Problema 5.**

$$\frac{dy}{dt} + t^2y = 1$$

**Problema 6.**

$$\frac{dy}{dt} + t^2y = t^2$$

**Problema 7.**

$$\frac{dy}{dt} + \frac{t}{1+t^2}y = 1 - \frac{t^3}{1+t^4}y$$

En cada uno de los problemas 8–14 encuentre la solución dada la condición inicial.

**Problema 8.**

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}y = 0, \quad y(0) = \sqrt{5}$$

---

<sup>1</sup>Los problemas fueron tomados del Libro Ordinary Differential Equations and their Applications, M. Braun. Pág. 9

**Problema 9.**

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}e^{-t}y = 0, \quad y(0) = 1$$

**Problema 10.**

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}e^{-t}y = 0, \quad y(0) = 0$$

**Problema 11.**

$$\frac{dy}{dt} - 2ty = t, \quad y(0) = 1$$

**Problema 12.**

$$\frac{dy}{dt} + ty = 1 + t, \quad y\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

**Problema 13.**

$$\frac{dy}{dt} + y = \frac{1}{1+t^2}, \quad y(1) = 2$$

**Problema 14.**

$$\frac{dy}{dt} - 2ty = 1, \quad y(0) = 1$$

**Problema 15.** *Encontrar la solución general de la ecuación:*

$$(1+t^2) \frac{dy}{dt} + ty = (1+t^2)^{\frac{5}{2}}.$$

*(Hint: Divide ambos lados de la ecuación por  $1+t^2$ ).*

**Problema 16.** *Encontrar la solución del problema de valor inicial:*

$$(1+t^2) \frac{dy}{dt} + 4ty = t, \quad y(1) = \frac{1}{4}.$$

**Problema 17.** *Encontrar una solución continua del problema de valor inicial:*

$$y' + y = g(t), \quad y(0) = 0$$

donde

$$g(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

**Problema 18.** *Muestra que cada solución de la ecuación  $\frac{dy}{dt} + ay = be^{-ct}$  donde  $a$  y  $c$  son constantes positivas y  $b$  es cualquier real que tiende a cero cuando  $t$  tiene a infinito.*

**Problema 19.** Muestra que cada solución de la ecuación  $\frac{dy}{dt} + a(t)y = f(t)$  con  $a(t)$  y  $f(t)$  continuas para  $-\infty < t < \infty$ ,  $a(t) \geq c > 0$ , y  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ , muestra que cada solución tiende a cero cuando  $t$  tiende a infinito.

En los problemas 20–22 determina el comportamiento de todas las ecuaciones diferenciales cuando  $t \rightarrow 0$ , y en el problema 23 determina el comportamiento de todas las soluciones cuando  $t \rightarrow \frac{\pi}{2}$

**Problema 20.**

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}y = \frac{1}{t^2}$$

**Problema 21.**

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{\sqrt{t}}y = e^{\frac{\sqrt{t}}{2}}$$

**Problema 22.**

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}y = \cos t + \frac{\sin t}{t}$$

**Problema 23.**

$$\frac{dy}{dt} + y \tan t = \sin t \cos t$$