

Tarea 1

Indicaciones: Escoja 10 de los siguientes problemas¹:

En cada uno de los problemas 1–7 encuentre la solución general de la ecuación diferencial.

Problema 1.

$$\frac{dy}{dt} + y \cos t = 0$$

Problema 2.

$$\frac{dy}{dt} + y\sqrt{t} \sin t = 0$$

Problema 3.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{2t}{1+t^2}y = \frac{1}{1+t^2}$$

Problema 4.

$$\frac{dy}{dt} + y = te^t$$

Problema 5.

$$\frac{dy}{dt} + t^2y = 1$$

Problema 6.

$$\frac{dy}{dt} + t^2y = t^2$$

Problema 7.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{t}{1+t^2}y = 1 - \frac{t^3}{1+t^4}y$$

En cada uno de los problemas 8–14 encuentre la solución dada la condición inicial.

Problema 8.

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}y = 0, \quad y(0) = \sqrt{5}$$

¹Los problemas fueron tomados del Libro Ordinary Differential Equations and their Applications, M. Braun. Pág. 9

Problema 9.

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}e^{-t}y = 0, \quad y(0) = 1$$

Problema 10.

$$\frac{dy}{dt} + \sqrt{1+t^2}e^{-t}y = 0, \quad y(0) = 0$$

Problema 11.

$$\frac{dy}{dt} - 2ty = t, \quad y(0) = 1$$

Problema 12.

$$\frac{dy}{dt} + ty = 1 + t, \quad y\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

Problema 13.

$$\frac{dy}{dt} + y = \frac{1}{1+t^2}, \quad y(1) = 2$$

Problema 14.

$$\frac{dy}{dt} - 2ty = 1, \quad y(0) = 1$$

Problema 15. *Encontrar la solución general de la ecuación:*

$$(1+t^2) \frac{dy}{dt} + ty = (1+t^2)^{\frac{5}{2}}.$$

(Hint: Divide ambos lados de la ecuación por $1+t^2$).

Problema 16. *Encontrar la solución del problema de valor inicial:*

$$(1+t^2) \frac{dy}{dt} + 4ty = t, \quad y(1) = \frac{1}{4}.$$

Problema 17. *Encontrar una solución continua del problema de valor inicial:*

$$y' + y = g(t), \quad y(0) = 0$$

donde

$$g(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

Problema 18. *Muestra que cada solución de la ecuación $\frac{dy}{dt} + ay = be^{-ct}$ donde a y c son constantes positivas y b es cualquier real que tiende a cero cuando t tiene a infinito.*

Problema 19. Muestra que cada solución de la ecuación $\frac{dy}{dt} + a(t)y = f(t)$ con $a(t)$ y $f(t)$ continuas para $-\infty < t < \infty$, $a(t) \geq c > 0$, y $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$, muestra que cada solución tiende a cero cuando t tiende a infinito.

En los problemas 20–22 determina el comportamiento de todas las ecuaciones diferenciales cuando $t \rightarrow 0$, y en el problema 23 determina el comportamiento de todas las soluciones cuando $t \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Problema 20.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}y = \frac{1}{t^2}$$

Problema 21.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{\sqrt{t}}y = e^{\frac{\sqrt{t}}{2}}$$

Problema 22.

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{t}y = \cos t + \frac{\sin t}{t}$$

Problema 23.

$$\frac{dy}{dt} + y \tan t = \sin t \cos t$$