

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS A.C.
MAESTRIA EN PROBABILIDAD Y ESTADISTICA
PROBABILIDAD AVANZADA I
Semestre enero-mayo 2014

Profesor: [Víctor M. Pérez Abreu C.](mailto:pabreu@cimat.mx), pabreu@cimat.mx. Oficina I-24, ext. 49633.

Horario y lugar: martes y jueves de 9.30 a 10.50 horas. Salón 2 de CIMAT

Ayudante: Sandra Palau Calderón, sandra.palau@cimat.mx, Oficina K3, ext. 49679
Horas de oficina: Lunes y miércoles de 9.30 a 11.00 horas.

Sesión de Problemas: Viernes de 11 a 12.20 horas. Salón 3 de CIMAT.

I. Objetivos

Que al final del curso el alumno sea capaz de:

1. Dominar los principales tipos de convergencia usados en probabilidad.
2. Aplicar la teoría de las principales transformadas y herramientas analíticas de medidas de probabilidad (Fourier, Cauchy, Laplace, método de momentos), en diversos problemas de probabilidad.
3. Comprender el teorema central del límite en sus diferentes versiones y sus pruebas.
4. Entender las distribuciones infinitamente divisibles y su génesis.
5. Conocer y aplicar el teorema de Radon-Nikodym.
6. Comprender el concepto de esperanza condicional y sus principales resultados.
7. Entender las principales desigualdades y teoremas límites para martingalas en tiempo discreto y dominar su demostración y aplicaciones principales.
8. Saber de diversas técnicas de probabilidad.

II. Conocimientos previos

Medida e Integración en Espacios Abstractos. Espacio de medida, construcción de medidas, teorema de extensión de medidas, medidas de Lebesgue-Stieltjes, función medible, integral de Lebesgue, lema de Fatou, teoremas de convergencia monótona y dominada, medidas producto, teorema de Fubini, espacios L_p .

Probabilidad. Espacio de probabilidad, variables aleatorias, variables aleatorias y sigma álgebras independientes, momentos, construcción de variables aleatorias independientes, Lema de Borel-Cantelli, leyes 0-1, convergencia casi segura, teorema de convergencia de tres series de Kolmogorov, ley fuerte de los grandes números.

III. Contenido sintético

1. Transformadas de Fourier, Cauchy y Laplace. Convolución de medidas de probabilidad y sumas de variables aleatorias independientes.
2. Modos de convergencia: en medida, casi segura, L_p y en distribución.
3. Teoremas para convergencia en distribución.
4. Distribuciones límite para sumas de variables aleatorias independientes. Teorema del límite central y distribuciones infinitamente divisibles.
5. Continuidad absoluta de medidas. Teorema y derivada de Radon-Nikodym. Descomposición de medidas.
6. Esperanza condicional con respecto a sigma álgebras. Propiedades principales.
7. Martingalas en tiempo discreto. Desigualdades y convergencia.
8. Temas selectos dependiendo del interés de los alumnos.

IV. Evaluación del curso

1. 20% por **asistencia a clase** y participación en el planteamiento y solución de problemas tanto en las sesiones teóricas como en las prácticas, así como la **exposición** de un tema.
2. 40% de **tareas bisemanales** que se entregan los jueves.
3. 40% de **tres exámenes parciales**.
 - 3.1 Primer examen parcial: **sábado 28 de febrero**, de 10 a 14 horas, en el salón de clase. Sin consultar libros, apuntes, dispositivos electrónicos o acordeones.
 - 3.2 Segundo examen parcial: **viernes 4 de abril**, en dos partes: La primera parte de 16 a 19 hrs en el salón sin poder consultar libros, apuntes o acordeones. La segunda parte es a casa y se entrega el sábado 5 de abril a las 7 pm.
 - 3.3 Tercer examen parcial: **sábado 9 de mayo**, de 10 a 14 horas, en el salón de clase. Sin consultar libros, apuntes, dispositivos electrónicos o acordeones.
4. Los alumnos que deseen mejorar su calificación, pueden presentar un **examen final** sobre el material de todo el curso, con cuatro horas de duración.

V. Bibliografía recomendada (Se encuentran en reserva en la biblioteca).

1. *Probability: A Graduate Course*. A. Gut, Springer, 2dn Edition, 2013. (Springer Link).
2. *Measure Theory and Probability Theory*. K.B. Athreya y S.N. Lahiri, 2006, Springer.
3. *A Probability Path*. S. Resnick. Birkhauser, 1999. QA273. R434.
4. *A Course in Probability Theory*. K. L. Chung. Academic Press, 3er Edition, 2000. QA273 C577. (un clásico).
5. *Notes on Measure Theory and Probability*. R. Leadbetter y S. Cambanis. Universidad de Carolina del Norte en Chapel Hill. No publicadas. QA312 C174.
6. *Probability Theory*. R. G. Laha y V. K. Rohatgi. Wiley, 1989. QA273 L183.
7. *Measure Theory and Probability*. P. Billingsley. Wiley, 2002. QA273 B54.
8. *Foundations of Modern Probability*. O. Kallenberg, Springer, 2002, QA273.K285.
9. *Probability*, L. Breiman, SIAM, 1992 (Reimpresión de 1968), QA273.B864.
10. *Probability and Measure Theory*. R. Ash, Academic Press, QA273.A83.

VI. Otras fechas importantes en el semestre

Vacaciones de Semanas Santa y Pascua: 14 al 25 de abril.

Días festivos y sin clase: jueves 1º y viernes 2 de mayo.

XII Escuela de Probabilidad y Estadística: Miércoles 12 a sábado 15 de marzo.

Evento SIMA (Matrices Aleatorias): Miércoles 23 a sábado 26 de abril.

Fin de cursos: viernes 23 de mayo.

Exámenes finales: 26 al 30 de mayo.