

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS A.C.
POSGRADO DE PROBABILIDAD Y ESTADISTICA
CURSO DE PROBABILIDAD LIBRE Y MATRICES ALEATORIAS

Semestre Agosto–Diciembre 2012

INFORMACION GENERAL

Profesor: [Víctor M. Pérez Abreu C., pabreu@cimat.mx](mailto:pabreu@cimat.mx), Oficina I–24. Ext 49633

Horario y lugar: martes y jueves de 9.30 a 10.50 hrs en el Salón L1

Inicia el 16 de agosto y **termina** el 13 de diciembre.

Sobre los requisitos:

- 1) El curso está orientado principalmente a alumnos de tercer semestre de la Maestría en Probabilidad y Estadística del CIMAT y de Doctorado, así como de semestres avanzados de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Guanajuato y de los otros posgrados del CIMAT.
- 2) Un aspecto interesante de la Probabilidad Libre y la Teoría de Matrices Aleatorias es que su estudio requiere de varios temas de matemáticas. El curso será impartido de forma auto contenido en la medida de lo posible, cubriendo temas de análisis funcional, teoría de operadores y combinatoria.

Objetivos:

Que al final del curso el alumno sea capaz de:

- 1) Conocer el tipo de problemas que estudia la probabilidad libre y su relación con las matrices aleatorias.
- 2) Entender los principales resultados asintóticos del espectro de matrices aleatorias y las herramientas para sus demostraciones.
- 3) Dominar las herramientas de probabilidad libre para el estudio del espectro asintótico de matrices aleatorias.
- 4) Conocer de la importancia de matrices aleatorias y probabilidad libre en aplicaciones moderna y su relación con otras ramas de las matemáticas.
- 5) Definir algunos temas para estudios o investigaciones posteriores.

Evaluación:

- 1) 45% de tareas a lo largo del semestre.
- 2) 45% de preparación de material y exposición de un tema.
- 3) 10% participación en la Escuela de Matrices Aleatorias, 19 al 23 de noviembre.

Contenido:

- 1) Introducción a la Probabilidad Libre. Algebras de operadores, propiedades espectrales, C^* -álgebras, álgebras de Von-Neumann, distribuciones de probabilidad en espacios algebraicos no conmutativos. Cálculo funcional.
- 2) Independencia y convolución libre. Combinatoria asociada. Teorema del límite central libre.
- 3) Resultados asintóticos para el espectro de matrices aleatorias en el Ensamble Gaussiano Unitario (GUE) y universalidad. Independencia asintótica libre de matrices aleatorias.
- 4) Temas selectos dependiendo de los intereses de los alumnos.

Algunas referencias:

- 1) *An Introduction to Random Matrices*. G.W. Anderson, A. Guionnet, O- Zeitouni. Cambridge University Press, 2010.
- 2) *Spectral Analysis of Large Dimensional Random Matrices*. Z. Bai & J.W. Silverstein. Springer, 2010.
- 3) *Random Matrices Methods for Wireless Communications*. R. Couillet and M. Debbah. Cambridge University Press, 2011.
- 4) *Free Random Variables*. D.V. Voiculescu, K.J. Dykema & A. Nica. American Mathematical Society CRM Monograph Series 1, 1991.
- 5) *Lectures on the Combinatorics of Free Probability*. A. Nica & R. Speicher. Cambridge, 2006.
- 6) *Independence and Infinite Divisibility*. O. Arizmendi, O. Barndorff-Nielsen, U. Franz, V. Pérez-Abreu, S. Thorbjensen, & C. Vargas. En preparación.
- 7) *Aproximaciones Gaussianas a Matrices Aleatorias con Distribución de Haar*. Dialid Santiago Ramirez. Tesis de Maestría en Probabilidad y Estadística CIMAT, 2011.
- 8) *El Proceso de Wishart y la Dinámica de sus Eigenvalores y Propiedades Distribucionales Vía Cálculo Estocástico*. Eduardo Antonio Trujillo Rivera. Tesis de Maestría en Probabilidad y Estadística CIMAT, 2011.
- 9) *Análisis de la Eficiencia Espectral Ergódica Asintótica de Sistemas de Comunicación MIMO con Correlación de Kronecker*. Mario Alberto Díaz Torres. Tesis de Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica, Universidad de Guadalajara, 2011.
- 10) *Divisibilidad Infinita Libre de Medidas de Probabilidad*. Octavio Arizmendi Echegaray. Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Guanajuato, 2008.