

CENTRO DE INVESTIGACION EN MATEMATICAS A.C.
Posgrado de Probabilidad y Estadística

Curso de Matrices Aleatorias:
Teoría y Aplicaciones Contemporáneas

(Temas Selectos de Probabilidad I)
Semestre agosto–diciembre 2018

Profesores: Mario Díaz, Víctor Pérez Abreu y Carlos Vargas

Horario: martes y jueves de 9.30 a 10.50 horas.

Salón: G103

Descripción del curso:

- Este semestre el curso tendrá un enfoque de probabilidad aplicada a través de una introducción a matrices aleatorias, así como algunas aplicaciones.
- Está dirigido a estudiantes de posgrados de probabilidad y estadística, matemáticas y ciencias de la computación, así como de licenciatura en matemáticas.
- Se cubrirán los fundamentos de matrices aleatorias y los principales resultados sobre el espectro asintótico. Además, se expondrán aplicaciones a estadística, teoría de la privacidad y comunicación inalámbrica.
- Se dará una introducción a la probabilidad no conmutativa, con especial énfasis en probabilidad libre, y se mostrará su utilidad en temas de matrices aleatorias y sus aplicaciones.
- Se hará uso extensivo de simulaciones y experimentos numéricos.
- El curso está concebido para estudiantes con intereses diversos y complementarios, tanto de probabilidad, como estadística, ciencia de datos, matemáticas y ciencias de la computación.

Temas por cubrir: Se cubrirán seis temáticas impartidas por los profesores, además de temas preparados por los alumnos, de acuerdo con sus intereses y relaciones con otros cursos que lleven o han llevado:

- 1) **Introducción a matrices aleatorias.** Distribución de matrices aleatorias. Singularidad de matrices aleatorias y número de condición. Matrices Ginibre. Ensamblés GUE, GOE y la distribución conjunta de sus valores propios. Matrices de Wigner, Wishart y de covarianza. Matrices aleatorias ortogonales y unitarias y la distribución de Haar.
- 2) **Distribución empírica espectral.** Funcionales importantes de la distribución empírica espectral. Presentación, simulación y comprensión de los principales resultados sobre el espectro asintótico y su universalidad: Teoremas de Wigner, Marchenko-Pastur, Circular y Tracy-Widom.
- 3) **Herramientas matemáticas para matrices aleatorias.** Combinatoria: árboles y particiones que no se cruzan. Independencia libre asintótica y convolución libre. Introducción a probabilidad no conmutativa. Demostración de los teoremas de Wigner y Marchenko-Pastur.
- 4) **Teorema de Marchenko-Pastur en comunicación inalámbrica.** Elementos de sistemas multiantena y teoría de la información. Teorema de Telatar y capacidad asintótica.

- 5) **Convolución aditiva libre.** Propiedades básicas, cálculo numérico, aplicaciones contemporáneas en privacidad de información. Métodos de subordinación para cálculo de convoluciones.
- 6) **Deconvolución aditiva libre.** Propiedades básicas, cálculo numérico, aplicaciones a filtrado de datos.

Evaluación del curso:

70% de tareas.

30% de un proyecto trabajado durante el semestre y presentado al final del curso.

Referencias:

- 1) [An Introduction to Random Matrices](#). G.W. Anderson, A. Guionnet, O. Zeitouni. Cambridge University Press, 2010. [Interesados en teoría de probabilidad]
- 2) [Spectral Analysis of Large Dimensional Random Matrices](#). Z. Bai and J. Silverstein. Springer, 2010. [Interesados en teoría de probabilidad]
- 3) [Lectures on the Combinatorics of Free Probability](#). A. Nica and R. Speicher. Cambridge University Press, 2006. [Interesados en probabilidad libre]
- 4) [Free Probability and Random Matrices](#). J. Mingo and R. Speicher. Springer, 2017. [Interesados en probabilidad libre]
- 5) [High-Dimensional Covariance Estimation](#). M. Pourahmadi, Wiley, 2013. [Interesados en estadística en dimensiones alta]
- 6) O. Ryan and M. Debbah. ["Free deconvolution for signal processing applications."](#) *International Symposium on Information Theory*, 2007. [Interesados en filtrado de datos]
- 7) Z. Liao and R. Couillet. ["The dynamics of learning: a random matrix approach."](#) *International Conference on Machine Learning*, 2018. [Interesados en ciencias de datos]
- 8) [Random Matrices Methods for Wireless Communications](#). R. Couillet and M. Debbah. Cambridge University Press, 2011. [Interesados en aplicaciones en comunicación inalámbrica y teoría de información]
- 9) E. Telatar. ["Capacity of multiantenna Gaussian channels."](#) *European Transactions on Telecommunications*, 1999. [Interesados en sistemas multiantenna]
- 10) [Elements of Information Theory](#). T. Cover and J. Thomas. John Wiley & Sons, 2012. [Interesados en teoría de la información]
- 11) [Topics in random matrix theory](#). T. Tao, American Mathematical Society, 2012. [Un libro interesante en el estilo de Tao].

Otras referencias:

- 12) [The Oxford Handbook of Random Matrices](#). G. Akemann, J. Baik and P. Di Francesco. Oxford University Press, 2015. [Conexiones con múltiples ramas de matemáticas].

Con motivaciones de la física:

- 13) [Random Matrices](#). M.L. Mehta, Elsevier, 3th Edition. Elsevier [El clásico de clásicos].
- 14) [Log-Gases and Random Matrices](#). P. Forrester. Princeton University Press, 2010.

Clásicos de Estadística multivariada con temas de matrices aleatorias:

- 15) [An Introduction to Multivariate Statistical Analysis](#). T. W. Anderson. 3th Edition. Wiley & Sons, 2003.
- 16) [Aspects of Multivariate Statistical Theory](#). R. J. Muirhead. Wiley and Sons, 1982.