

# Métodos de Combinatoria en Probabilidad

Enero-Julio 2019

Octavio Arizmendi y Carlos Vargas

## 1 Objetivos

En este curso se presentarán métodos de combinatoria aplicados a probabilidad. Estos métodos se basan en el enfoque de momentos para el estudio de medidas de probabilidad e independencia y la función generadora de momentos. Sus aplicaciones varían desde matrices aleatorias, caracterización de medidas de probabilidad, gráficas aleatorias y teoremas límites. Una parte importante de estos métodos cubrirá el desarrollo combinatorio de Gian-Carlo Rota y sus estudiantes. Se darán elementos de probabilidad libre.

## 2 Requisitos

Se supondrá que los estudiantes no han llevado ningún tipo de curso anterior en combinatoria. Sin embargo, se espera que los alumnos sepan elementos básicos de probabilidad y de álgebra lineal. El curso está diseñado para estudiantes avanzados de licenciatura y de maestría.

## 3 Temas a cubrir

Un temario tentativo es el siguiente.

1. Conteo. Conjuntos y multiconjuntos. Permutaciones. Particiones. Caminatas. Árboles. Gráficas. Números de Catalán, Stirling, Narayana. Identidades combinatorias.
2. Relaciones de recurrencia. Números de Fibonacci. Relaciones de recurrencia lineales con coeficientes constantes.
3. Funciones Generatrices: Series formales. Funciones generadoras ordinarias. Funciones generadoras exponenciales. Series de Dirichlet. Inversión de Lagrange. Transformadas de Cauchy y de Laplace. Fracciones continuas.
4. Conjuntos parcialmente ordenados: Retículas. Convolución combinatoria. Funciones Zeta, Delta y de Moebius.
5. Inversión de Moebius. Funciones multiplicativas. Multicadenas.
6. Momentos y cumulantes. Fórmulas de Cumulantes-Momentos. Cumulantes clásicos. Cumulantes libres. Particiones que no se cruzan.
7. Teoremas límites. Ley Arcoseno. Teorema de Wigner. TLC. TLC libre.
8. Polinomios ortogonales. Polinomios de Hermite, Tchevichev, Charlier, etc. Coeficientes de Jacobi.
9. Gráficas y gráficas aleatorias. Gráficas regulares. Independencia en gráficas. Gráficas de Erdos-Renyi. Caminatas en Gráficas.
10. Método Probabilístico. Ejemplos básicos. Método del primer momento. Método del Segundo Momento.

## Bibliografia.

- [1] A. Nica and R. Speicher, . Lectures on the Combinatorics of Free Probability. London Mathematical Society Lecture Notes Series 335, Cambridge University Press, Cambridge. (2006)
- [2] R. Stanley. Enumerative combinatorics. Cambridge University Press.
- [3] Herbert S. Wilf. Generatingfunctionology. disponible en <http://www.math.upenn.edu/wilf/gfologyLinked2.pdf>
- [4] Alon, N., & Spencer, J. H. (2004). The probabilistic method. John Wiley & Sons.