

CIMAT

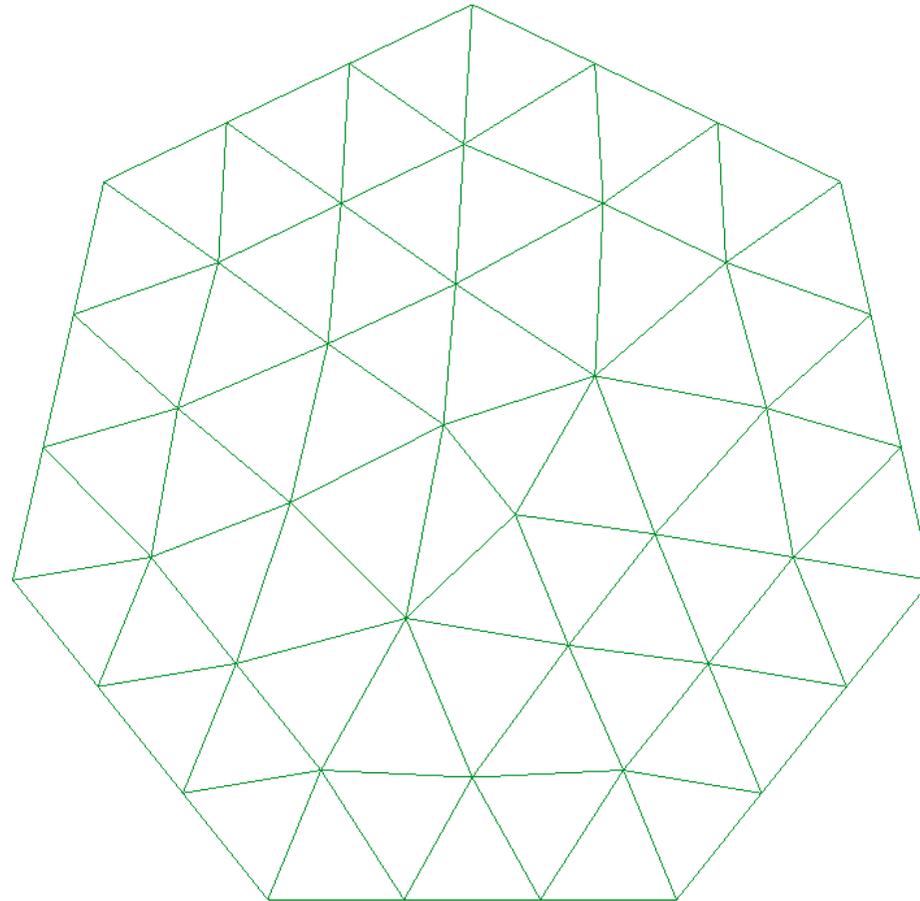
Colorización de elementos

Miguel Vargas-Félix

miguelvargas@cimat.mx
<http://www.cimat.mx/~miguelvargas>

Paralelización de operaciones elementales

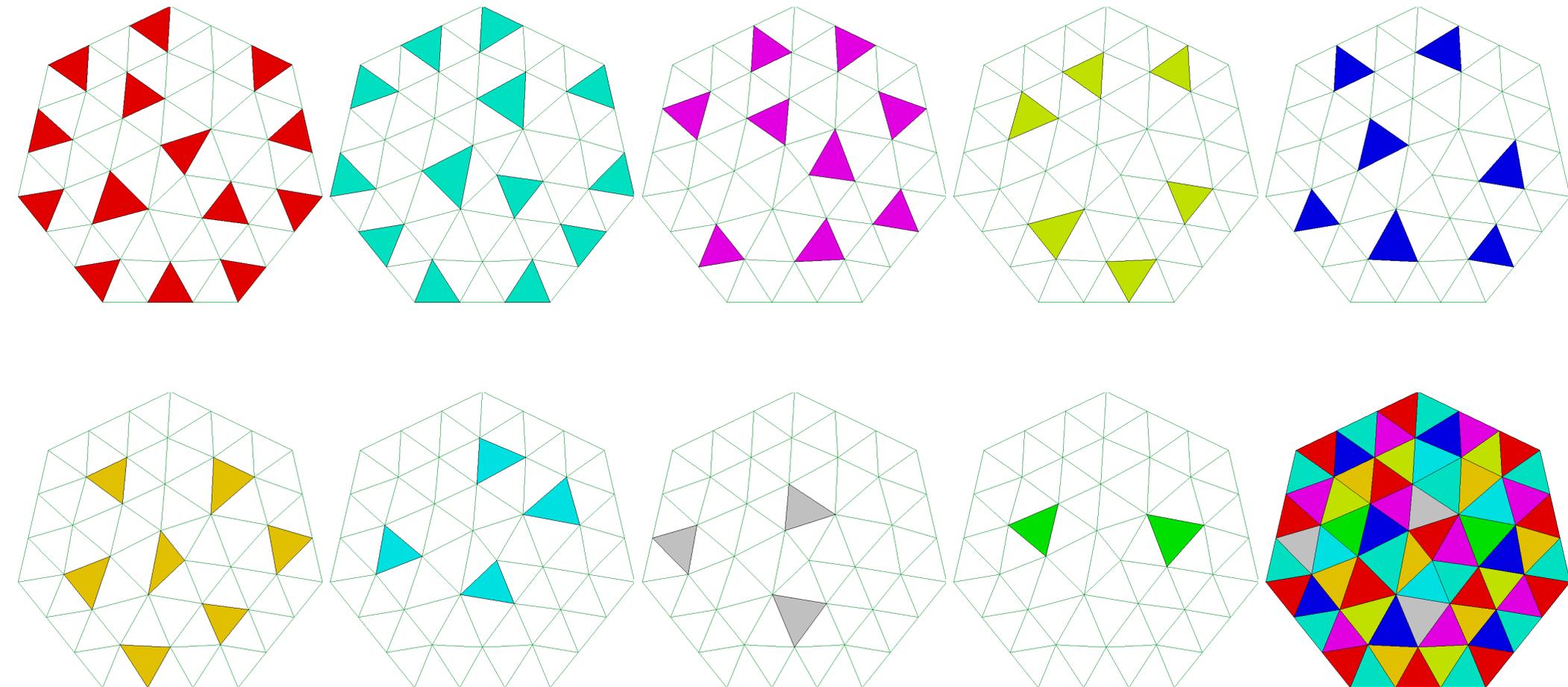
A partir de una malla de elemento finito, cómo elegir los elementos de tal forma que al hacer operaciones elementales, éstas se puedan realizar en paralelo.



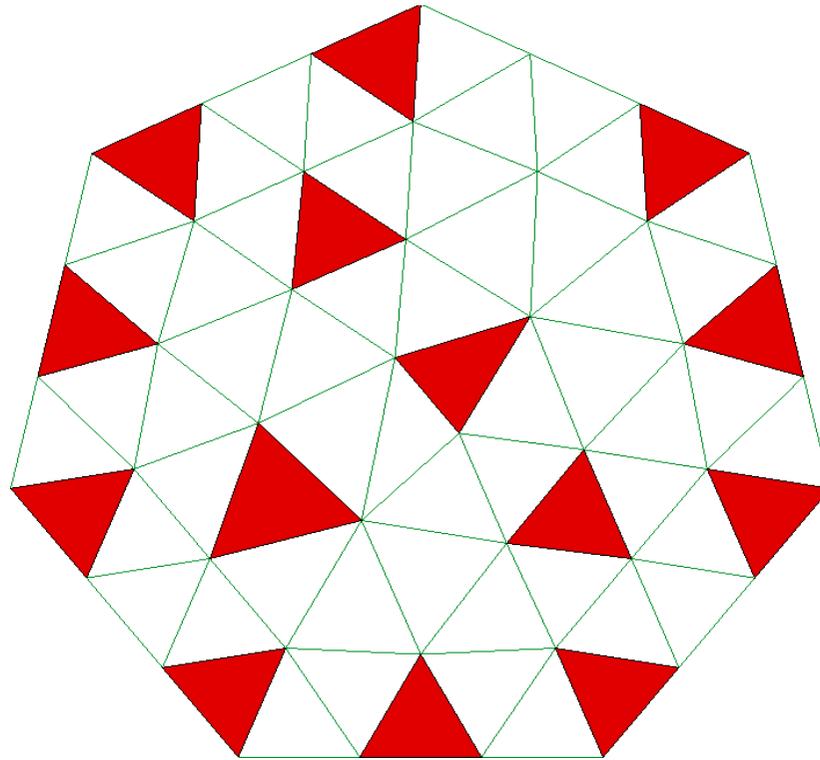
Colorización

La idea es separar los elementos en grupos, asignando un color a cada grupo.

Los elementos de un grupo no comparten nodos entre sí.



Podemos realizar en paralelo las operaciones elementales en los elementos de cada color.



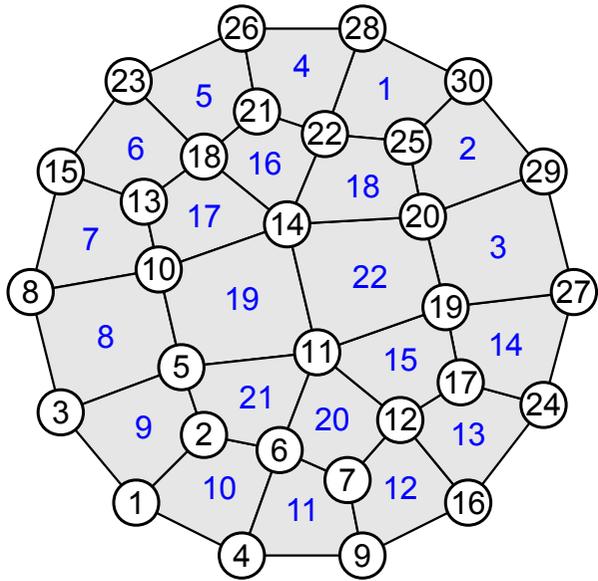
Al no compartir nodos podemos realizar, por ejemplo, la multiplicación de matrices elementales de un color por su correspondiente vector elemental y aplicar el resultado al vector global. Sin problemas de concurrencia al paralelizar.

Una vez terminados los elementos un color, podemos pasar al los elementos del siguiente color.

Para realizar la colorización hay que determinar qué elementos son adyacentes entre sí.

Adyacencias

A partir de la matriz de conectividades podemos determinar los elementos por nodo y la adyacencia de los elementos.



$C_{e,v}$				
e	n_1	n_2	n_3	n_4
1	30	28	22	25
2	29	30	25	20
3	27	29	20	19
4	28	26	21	22
5	26	23	18	21
6	23	15	13	18
7	15	8	10	13
8	8	3	5	10
9	3	1	2	5
10	1	4	6	2
11	4	9	7	6
12	9	16	12	7
13	16	24	17	12
14	27	19	17	24
15	17	19	11	12
16	21	18	14	22
17	18	13	10	14
18	25	22	14	20
19	14	10	5	11
20	11	6	7	12
21	5	2	6	11
22	11	19	20	14

N_n					
n	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
1	9	10			
2	9	10	21		
3	8	9			
4	10	11			
5	8	9	19	21	
6	10	11	20	21	
7	11	12	20		
8	7	8			
9	11	12			
10	7	8	17	19	
11	15	19	20	21	22
12	12	13	15	20	
13	6	7	17		
14	16	17	18	19	22
15	6	7			
16	12	13			
17	13	14	15		
18	5	6	16	17	
19	3	14	15	22	
20	2	3	18	22	
21	4	5	16		
22	1	4	16	18	
23	5	6			
24	13	14			
25	1	2	18		
26	4	5			
27	3	14			
28	1	4			
29	2	3			
30	1	2			

A_e										
e	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
1	2	4	16	18						
2	1	3	18	22						
3	2	14	15	18	22					
4	1	5	16	18						
5	4	6	16	17						
6	5	7	16	17						
7	6	8	17	19						
8	7	9	17	19	21					
9	8	10	19	21						
10	9	11	20	21						
11	10	12	20	21						
12	11	13	15	20						
13	12	14	15	20						
14	3	13	15	22						
15	3	12	13	14	19	20	21	22		
16	1	4	5	6	17	18	19	22		
17	5	6	7	8	16	18	19	22		
18	1	2	3	4	16	17	19	22		
19	7	8	9	15	16	17	18	20	21	22
20	10	11	12	13	15	19	21	22		
21	8	9	10	11	15	19	20	22		
22	2	3	14	15	16	17	18	19	20	21

El algoritmo para calcular los elementos por nodo es:

Entrada:

E número de elementos en la malla

V número de nodos por elemento

N número de nodos en la malla

C matriz de conectividades de tamaño $E \times V$

Salida:

N vector de conjuntos de elementos por nodo, tamaño N

Algoritmo:

for $e=1, 2, \dots, E$

for $v=1, 2, \dots, V$

$n = C_{e,v}$

$N_n \leftarrow N_n \cup \{e\}$

Las adyacencias por elemento se pueden determinar con:

Entrada:

E número de elementos en la malla

N número de nodos en la malla

\mathbf{N} vector de conjuntos de elementos por nodo, tamaño N

Salida:

\mathbf{A} vector de conjuntos de adyacencia por elementos, tamaño E

Algoritmo:

for $n=1,2,\dots,N$

for all $e_1 \in \mathbf{N}_n$

for all $e_2 \in \mathbf{N}_n \mid e_2 > e_1$

$\mathbf{A}_{e_1} \leftarrow \mathbf{A}_{e_1} \cup \{e_2\}$

$\mathbf{A}_{e_2} \leftarrow \mathbf{A}_{e_2} \cup \{e_1\}$

Lo siguiente es colorear los elementos:

Entrada:

E número de elementos en la malla

\mathbf{A} vector de conjuntos de adyacencia por elementos, tamaño E

Salida:

\mathbf{H} vector con colores de elementos, tamaño E

c_{max} número máximo de colores utilizado

Algoritmo:

\mathbf{U} vector booleano de colores usados, tamaño U

for $e=1,2,\dots,E$; $\mathbf{H}_e \leftarrow 0$

for $e=1,2,\dots,E$

for $c=1,2,\dots,c_{max}$; $\mathbf{U}_c \leftarrow \text{false}$

for all $a \in \mathbf{A}_e$

$c \leftarrow \mathbf{H}_a$

if $c \neq 0$ **then** $\mathbf{U}_c \leftarrow \text{true}$

for $c=1,2,\dots,c_{max}$

if $\mathbf{U}_c \leftarrow \text{false}$ **then** $\mathbf{H}_e = c$

if $\mathbf{H}_e = 0$ **then** $c_{max} \leftarrow c_{max} + 1$; $\mathbf{H}_e \leftarrow c_{max}$

Un valor de U adecuado puede ser 200.

Finalmente hay que hacer un vector con los índices por cada color.

Entrada:

E número de elementos en la malla

\mathbf{H} vector con colores de elementos, tamaño E

c_{max} número máximo de colores utilizado

Salida:

\mathbf{G} vector de c_{max} vectores con los índices por color

Algoritmo:

\mathbf{W} vector de enteros, de tamaño c_{max}

for $c=1,2,\dots,c_{max}$; $\mathbf{W}_c \leftarrow 0$

for $e=1,2,\dots,E$

$c \leftarrow \mathbf{H}_e$; $\mathbf{W}_c \leftarrow \mathbf{W}_c + 1$

for $c=1,2,\dots,c_{max}$

Cambiar \mathbf{G}_c a tamaño \mathbf{W}_c

$\mathbf{W}_c \leftarrow 0$

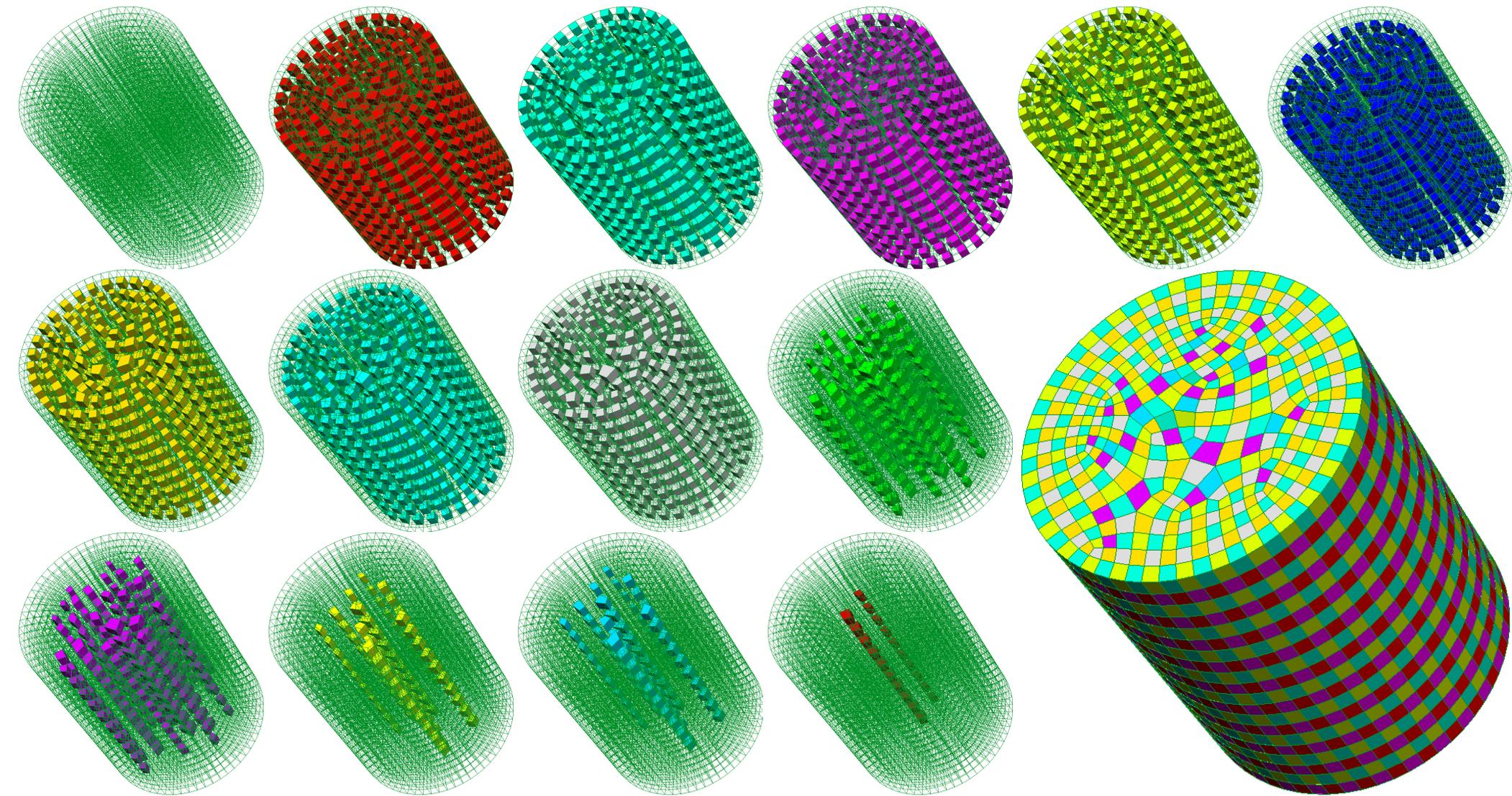
for $e=1,2,\dots,E$

$c \leftarrow \mathbf{H}_e$

$i \leftarrow \mathbf{W}_c$; $\mathbf{W}_c \leftarrow \mathbf{W}_c + 1$

$(\mathbf{G}_c)_i = e$

Ejemplo en 3D



¿Preguntas?

migueltvargas@cimat.mx