

**TEMAS SELECTOS DE ANÁLISIS I (90ANA01):
ANÁLISIS ARMÓNICO SOBRE GRUPOS ABELIANOS, ESPACIOS
SIMÉTRICOS, Y PARES DE GELFAND**

Segundo semestre de 2015

Profesor: Matthew Dawson

Oficina del profesor: K206 (anteriormente: H18)

Correo electrónico: matthew.dawson@cimat.mx

Página web del curso: <http://personal.cimat.mx:8181/~matthew.dawson/teaching.html>

TEMAS Y OBJETIVOS DEL CURSO

Esta clase será un esbozo de la teoría de representaciones y análisis armónico sobre grupos de Lie semisimples no compactos. La teoría de análisis armónico es una generalización de la teoría clásico de análisis de Fourier y tiene bastante importancia en física cuántica y ecuaciones diferenciales parciales lineales, además de ser una teoría muy bonita y hermosa. Los ejemplos más sencillo y importante de tales grupos son los grupos $SL(2, \mathbb{R})$ y $SL(2, \mathbb{C})$, y enfatizaremos cálculos para esos ejemplo.

El plan del curso es lo siguiente: vamos a comenzar con la teoría general de representaciones de grupos compactos localmente. Principalmente, las ideas mas importantes son la transformada de Fourier, la inducción de representaciones, integrales directas de representaciones, y caracteres distribucionales.

Después hablaremos sobre las construcciones de las representaciones más importantes para grupos de Lie semisimples y la calculación de sus caracteres. Principalmente, estos son:

1. la serie principal unitaria, construido por el llamado método de inducción parabólica;
2. la serie complementaria, también construido por el método de inducción parabólica pero en una manera muy misteriosa y sorprendente;
3. la serie discreta, cuyo construcción es aún mas misteriosa y no aparece para grupos complejos.

Finalmente, discutiremos la construcción de la medida de Plancherel para estos grupos. En mi opinión dicha construcción es una de los logros más importantes de matemáticas del siglo 20.

Usaremos mis notas que proveo. También recomiendo el libro "An Introduction to Harmonic Analysis on Semisimple Lie Groups" por V.S. Varadarajan.

CALIFICACIÓN

La calificación en esta clase será por tarea, pláticas estudiantiles, y participación general en las lecturas. El cálculo final de la calificación de un estudiante se basará en la siguiente tabla:

Participación en clase	10 %
Tarea	15 %
Pláticas estudiantiles	75 %

Es probable que no recoja mucha tarea, y definitivamente no mas de una vez por dos semanas. Sin embargo, la mejor manera de aprender matemáticas es hacer tus propios cálculos. El requisito más importante es que cada estudiante tendrá que dar una (o dos, si quiere) pláticas sobre un tema relacionado a representaciones o análisis armónico.

LIBROS RECOMENDADOS

- *Introduction to Harmonic Analysis and Generalized Gelfand Pairs*, por Gerrit van Dijk; impreso por De Gruyter.

Cubre la teoría de análisis armónico para grupos abelianos y incluye una introducción muy buena al análisis sobre pares de Gelfand.

- *Non-Commutative Harmonic Analysis*, por Raymond C Fabec y Gestur Ólafsson.

Una introducción muy buena a la teoría clásica de Fourier y incluye operadores integrales, distribuciones, y operadores compactos. También introduce la teoría de análisis armónico y cubre muchas ideas muy importantes en la teoría global, incluyendo la teoría de Peter-Weyl. Finalmente, introduce la teoría de análisis sobre pares de Gelfand compactos.

- *A Course in Abstract Harmonic Analysis*, por Gerald Folland; impreso por CRC Press.

Folland es un gran expositor cuyos libros usualmente están escritos bastante bien, y este libro no es una excepción. Cubre las teorías y ideas más importantes en la llamada “teoría abstracta” de análisis armónico, tales como medidas de Haar, inducción de representaciones, las teorías de grupos compactos o abelianos, y la descomposición de Plancherel.

LIBROS QUE CUBREN ANTECEDENTES Y TEMAS RELACIONADOS

- *An Introduction to Harmonic Analysis on Semisimple Lie Groups*, por V.S. Varadarajan; impreso por Cambridge University Press.

Muy buena introducción a (y resumen de) la teoría de representaciones de grupos de Lie semisimples no compactos.

- *Lie Groups: Beyond an Introduction*, por A. W. Knap; impreso por Princeton University Press.

Un libro exhaustivo de consulta para la estructura de grupos de Lie. Es útil eternamente y queda muy recomendado.

- *Representation Theory of Semisimple Groups*, por A.W. Knap; impreso por Princeton University Press.

Cubre la teoría de representaciones con muchos detalles y destaca los cálculos para el grupo $SL(2, \mathbb{R})$. No es necesariamente el mejor libro en cuanto a la serie discreta holomorfa de representaciones de grupos de Lie semisimples Hermitianos, pero no obstante es un buen libro, y tiene muchos ejemplos.

- *Real Reductive Groups, I and II*, por Nolan Wallach; impreso por Academic Press.

Es lamentable que el segundo volumen ya no esté impreso, porque estos libros son exhaustivos y cubren muchas facetas de la teoría. Afortunadamente, la biblioteca de CIMAT tiene ambos volúmenes.