

MAT 125

Representaciones y análisis armónico para grupos de Lie semisimples Primer semestre de 2015

Horario: Lunes y Miércoles 12:30 a 13:50

Lugar: K4

Profesor: Matthew Dawson

Oficina del profesor: H18

Correo electrónico: matthew.dawson@cimat.mx

Temas y objetos del curso:

Esta clase será un esbozo de la teoría de representaciones y análisis armónico sobre grupos de Lie semisimples no compactos. La teoría de análisis armónico es una generalización de la teoría clásico de análisis de Fourier y tiene bastante importancia en física cuántica y ecuaciones diferenciales parciales lineales, además de ser una teoría muy bonita y hermosa. Los ejemplos más sencillo y importante de tales grupos son los grupos $SL(2, \mathbb{R})$ y $SL(2, \mathbb{C})$, y enfatizaremos cálculos para esos ejemplo.

El plan del curso es lo siguiente: vamos a comenzar con la teoría general de representaciones de grupos compactos localmente. Principalmente, las ideas mas importantes son la transformada de Fourier, la inducción de representaciones, integrales directas de representaciones, y caracteres distribucionales.

Después hablaremos sobre las construcciones de las representaciones más importantes para grupos de Lie semisimples y la calculación de sus caracteres. Principalmente, estos son:

1. la serie principal unitaria, construido por el llamado método de inducción parabolica;
2. la serie complementaria, también construido por el método de inducción parabolica pero en una manera muy misteriosa y sorprendente;
3. la serie discreta, cuyo construcción es aún mas misteriosa y no aparece para grupos complejos.

Finalmente, discutiremos la construcción de la medida de Plancherel para estos grupos. En mi opinión dicha construcción es una de los logros más importantes de matemáticas del siglo 20.

Usaremos mis notas que proveo. También recomiendo el libro "An Introduction to Harmonic Analysis on Semisimple Lie Groups" por V.S. Varadarajan.

Calificación

La calificación en esta clase es por tarea, pláticas estudiantiles, participación general en las lecturas. El cálculo final de la calificación de un estudiante será:

Participación en clase	10%
Tarea	15%
Pláticas estudiantiles	75%

Probablemente no recogeré mucha tarea, y definitivamente no mas de una vez por dos semanas. Es que la mejor manera de aprender matemáticas es hacer sus propios cálculos. También la “participación en clase” es solo para animar a los estudiantes a hacer cualquier preguntas que tengan. El requisito más importante es que cada estudiante tendrá que dar una (o dos, si quiere) charlas sobre un tema relacionado a representaciones o análisis armónico.

Libros recomendados:

- *An Introduction to Harmonic Analysis on Semisimple Lie Groups*, por V.S. Varadarjan; impreso por Cambridge University Press.

Es un muy buen introducción y resumen de la teoría de representaciones de grupos de Lie semisimples no compacto. Lo seguiremos mas o menos sus ideas en nuestro curso.

- *Lie Groups: Beyond an Introduction*, por A. W. Knap; impreso por Princeton University Press.

Un libro exhaustivo de consulta para la estructura de grupos de Lie. Es útil eternamente y es muy recomendado.

- *Representation Theory of Semisimple Groups*, por A.W. Knap; impreso por Princeton University Press.

Este libro cubre la teoría de representaciones con muchos detalles y destaca los calculos para el grupo $SL(2, \mathbb{R})$. No es necesariamente lo mejor libro para la serie discreta holomorfa de representaciones de grupos de Lie semisimples Hermitianos, pero sin embargo es un buen libro, y tiene muchos ejemplos.

- *Real Reductive Groups, I and II*, por Nolan Wallach; impreso por Academic Press.

Desafortunadamente, el segundo volumen ya no es impreso, porque estos libros son muy exhaustivos y cubren muchos aspectos de la teoría. *Fortunadamente*, nuestra biblioteca en CIMAT tiene ambos volúmenes.

Libros que cubren antecedentes y temas relacionados:

- *Non-Commutative Harmonic Analysis*, por Raymond C Fabec y Gestur Ólafsson.

Una introducción muy buena a la teoría classica de Fourier, incluyendo operadores integrales, distribuciones, y operadores compactos. También introduce la teoría de análisis armónico y cubre muchas ideas muy importantes en la teoría global, incluyendo

la teoría de Peter-Weyl. Finalmente, introduce la teoría de análisis sobre pares de Gelfand compactos.

- *A Course in Abstract Harmonic Analysis*, por Gerald Folland; impreso por CRC Press.

Folland es un gran expositor cuyos libros usualmente son muy bien escritos, y este libro no es una excepción. Este libro cubre las teorías y ideas más importantes en la llamada “teoría abstracta” de análisis armónico, tales como medidas de Haar, inducción de representaciones, las teorías de grupos compactos o abelianos, y la decomposición de Plancherel.

- *Compact Lie Groups*, por Mark Sepanski; impreso por Springer.

Cubre exhaustivamente y con muchos detalles la teoría de grupos de Lie compactos.

- *Analysis on Lie Groups: An Introduction*, por Jacques Faraut; impreso por Cambridge University Press.

Es una introducción a grupos de Lie y representaciones de grupos compactos desde el punto de vista de análisis. Es muy suave para estudiantes principiantes de grupos de Lie.

- *Introduction to Harmonic Analysis and Generalized Gelfand Pairs*, por Gerrit van Dijk; impreso por De Gruyter.

Este libro cubre la teoría de análisis armónico para grupos abelianos y incluye una introducción muy buena a análisis sobre pares de Gelfand.