## 1ra Lista de Ejercicios Álgebra Moderna

1. Demuestre que si $x^2 = e$ para todo elemento $x$ de un grupo $G$ , entonces $G$ es abeliano.
2. Demuestre que si $G$ es un grupo finito de orden par, entonces contiene un elemento de orden 2.
3. Considere el producto de los grupos cíclicos $C_2$ y $C_3$ , $C_2 \times C_3$ . Demuestre que este producto no es un coproducto de $C_2$ y $C_3$ en Grp.
4. Demuestre que $\operatorname{Aut}_{\operatorname{Grp}}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \cong S_3$ .
5. Demuestre que $F(\{x,y\})$ es un coproducto ( $\mathbb{Z}*\mathbb{Z}$ ) de $\mathbb{Z}$ consigo mismo en la categoría Grp.