

Probabilidad

Lista de Problemas 7

Los dos problemas son para entregar el martes 02/10/18.

Por favor, entrega los problemas por separado.

1. El objetivo de este ejercicio es calcular el valor de π usando el método de MonteCarlo (ver problema 10 en la lista de problemas 5). La idea es la siguiente: considera un cuadrado de lado 1 y un círculo de radio $1/2$ inscrito en el cuadrado. El área del cuadrado es 1 mientras que la del círculo es $\pi/4$. Si generamos un punto al azar en el cuadrado, la probabilidad de que caiga dentro en el círculo es igual a su área.
 - a) Explica claramente como puedes usar la LGN para estimar el valor de π .
 - b) Implementa un algoritmo que haga esto en R. Tabula los resultados de tu procedimiento para muestras de tamaño 10^n con $n = 2, 3, \dots, 8$. Discute tus resultados. (Alternativamente puedes hacer gráficas en lugar de las tablas y discutir los resultados).
 - c) Supón que quieres lograr una precisión de cuatro dígitos con probabilidad igual o mayor a 0.99. ¿De qué tamaño debe ser tu muestra?

2.
 - a) Para las siguientes distribuciones simula una muestra de tamaño 10,000. En una gráfica representa el valor del promedio $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_1^n X_i$ para $1 \leq n \leq 10,000$. En cada caso representa en rojo una recta horizontal con el valor al cual esperas que el promedio converja.
 - i) Distribución normal típica.
 - ii) Distribución t con 2 grados de libertad.

Discute lo que observas, en particular en cuanto a la velocidad de convergencia en cada caso. ¿Por qué crees que ocurre esto?

- b) Repite el inciso (a) para las siguientes distribuciones:
 - iii) Distribución de Cauchy con parámetros de ubicación 0 y de escala 1 (antes de generar las variables usa el comando `set.seed(12345)`).
 - iv) Distribución Generalizada de Pareto con parámetro $\alpha = 0.99$. Para esto baja el paquete `evir` de CRAN y usa el comando `rgpd(10000, 0.99)`. Hazlo a continuación de generar las variables con distribución de Cauchy.

Discute los resultados que has obtenido en estos casos. ¿Por qué crees que ocurre lo que observas?