

# Probabilidad

## Lista de Problemas 7

Los dos problemas son para entregar el martes 03/10/17.

**Por favor, entrega los problemas por separado.**

1. El objetivo de este ejercicio es calcular el valor de  $\pi$  usando el método de MonteCarlo (ver problema 6 en la lista de problemas 5). La idea es la siguiente: considera un cuadrado de lado 1 y un círculo de radio  $1/2$  inscrito en el cuadrado. El área del cuadrado es 1 mientras que la del círculo es  $\pi/4$ . Si generamos un punto al azar en el cuadrado, la probabilidad de que caiga dentro en el círculo es igual a su área.
  - a) Explica claramente como puedes usar la LGN para estimar el valor de  $\pi$ .
  - b) Implementa un algoritmo que haga esto en R. Tabula los resultados de tu procedimiento para muestras de tamaño  $10^n$  con  $n = 2, 3, \dots, 8$ . Discute tus resultados. (Alternativamente puedes hacer gráficas en lugar de las tablas y discutir los resultados).
  - c) Supón que quieres lograr una precisión de cuatro dígitos con probabilidad igual o mayor a 0.99. ¿De qué tamaño debe ser tu muestra?

2. a) Para las siguientes distribuciones simula una muestra de tamaño 10,000. En una gráfica representa el valor del promedio  $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_1^n X_i$  para  $1 \leq n \leq 10,000$ . En cada caso representa en rojo una recta horizontal con el valor al cual esperas que el promedio converja.

i) Distribución normal típica.

ii) Distribución  $t$  con 2 grados de libertad.

Discute lo que observas, en particular en cuanto a la velocidad de convergencia en cada caso. ¿Por qué crees que ocurre esto?

- b) Repite el inciso (a) para las siguientes distribuciones:

iii) Distribución de Cauchy con parámetros de ubicación 0 y de escala 1 (antes de generar las variables usa el comando `set.seed(12345)`).

iv) Distribución Generalizada de Pareto con parámetro  $\alpha = 0.99$ . Para esto baja el paquete `evir` de CRAN y usa el comando `rgpd(10000, 0.99)`. Hazlo a continuación de generar las variables con distribución de Cauchy.

Discute los resultados que has obtenido en estos casos. ¿Por qué crees que ocurre lo que observas?