Nombre: ____

1	2	3	T

Modelos Estocásticos I

Primer Examen Parcial

Viernes 9/9/16, 3:30 – 5:30 p.m.

1. (3 puntos) En una planta industrial se tiene un detector que activa un mecanismo de enfriamiento para la maquinaria cuando la temperatura sobrepasa un umbral de seguridad. La probabilidad de que esto ocurra en un periodo de una hora es de 0.2. Sin embargo, el detector tiene un defecto y falla 25 % de las veces. Cuando el detector falla, independientemente de cual sea la medida correcta, el resultado es positivo (detecta exceso de temperatura) con probabilidad 0.4 y negativo (detecta que no hay exceso de temperatura) con probabilidad 0.6.

   (a) En un periodo de una hora, ¿cuál es la probabilidad de que el detector indique que la temperatura excede el umbral?

   (b) Si el detector registra exceso de temperatura, ¿Cuál es la probabilidad de que realmente haya sido así?

   (c) ¿Cuál es la probabilidad de que el mecanismo registre el estado correcto? (Nota: el mecanismo puede registrar el estado correcto aún cuando falle).

2. (4 puntos) Sea A el triángulo de vértices $(0,0);(1,0);(0,1)$ y suponga que X, Y tienen densidad conjunta $f(x,y) = C\mathbf{1}_A(x,y)$.

   (a) Determine el valor de la constante C y halle las distribuciones marginales de X e Y.

   b) Halle la densidad condicional de X dado que $Y = y$, $0 < y < 1$.

   c) ¿Son X e Y independientes? ¿Por qué?

   d) Halle $\mathrm{E}(X|Y)$.

3. (3 puntos) Sea X una variable aleatoria con función de distribución

$$F(x) = \frac{1}{2}(x + x^2), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

   a) Describa en detalle el método de la transformada inversa para generar valores de esta variable.

   b) ¿Cómo usaría el método de rechazo con el mismo propósito? (Describa en detalle).