

Introducción a la Teoría de Valores Extremos

4. Tópicos Adicionales, Software y Casos de Estudio

Joaquín Ortega Sánchez
jortega@cimat.mx

Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT
Guanajuato, Gto., Mexico

Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de
Estadística
Montevideo, Octubre 2008

Outline

Procesos Puntuales

Sucesiones Dependientes

Software

Casos de Estudio

Outline

Procesos Puntuales

Sucesiones Dependientes

Software

Casos de Estudio

Procesos Puntuales

Este enfoque de análisis estadístico fue propuesto por Smith en 1989, aún cuando las bases teóricas habían sido desarrolladas previamente.

En este método, en lugar de considerar los instantes en los cuales ocurren excedencias de niveles altos y los valores de los excesos por separado, se combinan en un proceso basado en una gráfica bidimensional de tiempos y valores de excedencia. La teoría asintótica muestra que bajo una normalización adecuada, el proceso se comporta como un proceso de Poisson no-homogéneo.

Procesos Puntuales

Un proceso de Poisson no-homogéneo en un dominio \mathcal{D} se define por una función de intensidad $\lambda(x)$, $x \in \mathcal{D}$, de modo que si $A \subset \mathcal{D}$ y $N(A)$ es el número de puntos en A , entonces $N(A)$ tiene distribución de Poisson con media

$$\Lambda(A) = \int_A \lambda(x) dx.$$

Si A_1, A_2, \dots son subconjuntos disjuntos de \mathcal{D} , entonces $N(A_1), N(A_2), \dots$ son variables de Poisson independientes.

Procesos Puntuales

Sea N_1, N_2, \dots una sucesión de procesos puntuales en el conjunto \mathcal{A} . Decimos que la sucesión *converge en distribución* a N ($N_n \rightarrow^d N$), si para todo m y cualesquiera conjuntos acotados A_1, \dots, A_m tales que

$$P(N(\partial A_j) = 0) = 1, \quad j = 1, \dots, m,$$

donde ∂A es la frontera del conjunto A , se tiene que la distribución conjunta $(N_n(A_1), \dots, N_n(A_m))$ converge a la distribución de $(N(A_1), \dots, N(A_m))$.

Procesos Puntuales

Teorema

Sea X_1, X_2, \dots una sucesión de v.a.i.i.d. para las cuales existen sucesiones de constantes $a_n > 0$ y b_n tales que

$$P(M_n - b_n)/a_n \leq z) \rightarrow G(z),$$

donde

$$G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\},$$

y sea z_- y z_+ los extremos izquierdo y derecho de G respectivamente.

Procesos Puntuales

Entonces, la sucesión de procesos puntuales

$$N_n = \left\{ \left(\frac{i}{n+1}, \frac{X_i - b_n}{a_n} \right), i = 1, \dots, n \right\}$$

converge en regiones de la forma $(0, 1) \times [u, \infty)$, para cualquier $u > z_-$, a un proceso de Poisson con medida de intensidad

$$\Lambda(A) = (t_2 - t_1) \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi}, \quad (1)$$

sobre el conjunto $A = [t_1, t_2] \times [z, z_+)$.

Procesos Puntuales

Ejemplo 1. Sea X_1, X_2, \dots una sucesión i.i.d. de variables exponenciales típicas. En este caso el límite G es una distribución de Gumbel estándar con $(z_-, z_+) = (-\infty, \infty)$. En consecuencia,

$$N_n = \left\{ \left(\frac{i}{n+1}, (X_i - n) \right), i = 1, \dots, n \right\}$$

converge a un proceso de Poisson que sobre conjuntos de la forma $A = [t_1, t_2] \times [z, \infty)$ tiene medida de intensidad dada por

$$\Lambda(A) = (t_2 - t_1)e^{-z},$$

que es el límite de (1) cuando $\xi \rightarrow 0$, para $\mu = 0$, $\sigma = 1$.

Procesos Puntuales

Ejemplo 2. Sea X_1, X_2, \dots una sucesión i.i.d. de variables Fréchet típicas. En este caso el límite G es una distribución de Fréchet estándar con $(z_-, z_+) = (0, \infty)$. En consecuencia,

$$N_n = \left\{ \left(\frac{i}{n+1}, \frac{X_i}{n} \right), i = 1, \dots, n \right\}$$

converge a un proceso de Poisson que sobre conjuntos de la forma $A = [t_1, t_2] \times [z, \infty)$ tiene medida de intensidad dada por

$$\Lambda(A) = (t_2 - t_1)z^{-1},$$

que es (1) cuando $\xi = 1$, $\mu = 1$, $\sigma = 1$.

Procesos Puntuales

Ejemplo 3. Sea X_1, X_2, \dots una sucesión i.i.d. de variables Uniformes en $(0, 1)$. En este caso el límite es $G(x) = e^x$, para $x < 0$, con $(z_-, z_+) = (-\infty, 0)$. En consecuencia,

$$N_n = \left\{ \left(\frac{i}{n+1}, n(X_i - 1) \right), i = 1, \dots, n \right\}$$

converge a un proceso de Poisson que sobre conjuntos de la forma $A = [t_1, t_2] \times [-\infty, z)$ tiene medida de intensidad dada por

$$\Lambda(A) = (t_2 - t_1)(-z),$$

que es (1) cuando $\xi = -1$ $\mu = -1$, $\sigma = 1$.

Procesos Puntuales

- Estos ejemplos muestran que el dominio del proceso de Poisson no está asociado a la distribución inicial de las variables X_i sino al de la distribución límite G .
- Es posible demostrar que todos los modelos anteriores: máximos por bloques, valores sobre un umbral y k mayores estadísticos de orden son casos especiales del enfoque de procesos puntuales.

Procesos Puntuales

En nuestro caso los puntos x tienen dos dimensiones (t, z) , donde t es el tiempo, $z \geq u$ es el valor del proceso, $\mathcal{D} = (0, 1) \times [u, \infty)$ y la intensidad está dada por

$$\lambda(t, y) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{z - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi - 1}$$

definida siempre que $(1 + \xi(y - \mu)/\sigma) > 0$.

Si A es un conjunto de la forma $[t_1, t_2] \times [z, \infty)$, y los datos han sido observados durante un periodo de n_a años entonces es usual tomar

$$\Lambda(A) = n_a(t_2 - t_1) \left(1 + \xi \frac{z - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi}$$

siempre que $z \geq u, 1 + \xi(y - \mu)/\sigma > 0$. En este caso (ξ, μ, σ) corresponden a los parámetros de la DGVE para la distribución de los máximos anuales del proceso observado.

Procesos Puntuales

Para ajustar el modelo usamos la siguiente función de verosimilitud

$$\begin{aligned} L_A(\mu, \sigma, \xi; x_1, \dots, x_n) &= \exp\{-\Lambda(A)\} \prod_{i=1}^{N(A)} \lambda(t_i, x_i) \\ &\propto \exp\left\{-n_a \left[1 + \xi \left(\frac{u - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\} \\ &\quad \prod_{i=1}^{N(A)} \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{1}{\xi} - 1}. \end{aligned}$$

Procesos Puntuales

Ejemplo: Lluvias.

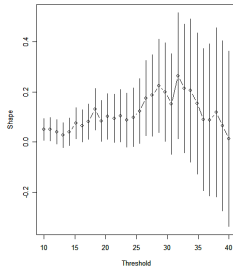
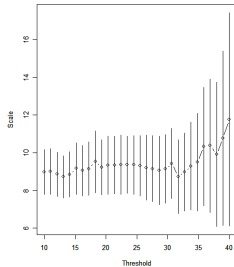
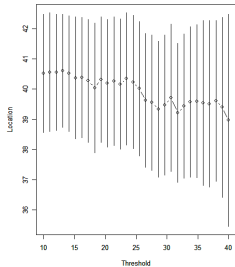
Retomamos el ejemplo de las lluvias en una estación meteorológica de Inglaterra. Con un umbral de 30 habíamos estimado el valor 0.184 para el parámetro de forma de la distribución.

Usando el método de procesos puntuales los estimadores para (ξ, μ, σ) con el mismo umbral son

$$0.184(0.101) \quad 39.55(1.203) \quad 9.204(0.93)$$

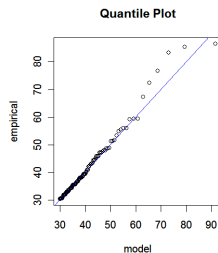
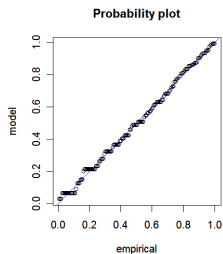
Procesos Puntuales

Ejemplo: Lluvias.



Procesos Puntuales

Ejemplo: `Lluvias.pp.diag(rain.pp)`



Outline

Procesos Puntuales

Sucesiones Dependientes

Software

Casos de Estudio

Sucesiones Dependientes

Hasta ahora hemos supuesto que el fenómeno que nos interesa está representado por una sucesión de variables independientes e idénticamente distribuidas. En muchas situaciones esta hipótesis no se cumple, pero el fenómeno tiene un comportamiento estacionario en el tiempo.

Esta situación se presenta con muchos análisis ambientales, en los cuales hay un régimen de dependencia causada por la permanencia de los fenómenos atmosféricos durante períodos de tiempo de varios días. Ocurre también con muchas series financieras.

Sucesiones Dependientes

La dependencia en series estacionarias puede presentarse de diversas maneras y para obtener resultados útiles debemos concentrarnos en la (in)dependencia en eventos extremos, del tipo $\{X_i > u\}$ para u grande, y lo que nos interesa es estudiar condiciones bajo las cuales estos eventos sea aproximadamente independientes para niveles u altos e índices distantes.

En otras palabras, los eventos extremos son aproximadamente independientes para tiempos suficientemente distantes.

Sucesiones Dependientes

Definición

Una sucesión estacionaria $X_i, i \geq 1$ } satisface la condición $D(u_n)$ si para cualesquiera $i_1 < \dots < i_p < j_1 < \dots < j_q$ con $j_1 - i_p > l$,

$$\left| P(X_{i_1} \leq u_n, \dots, X_{i_p} \leq u_n, X_{j_1} \leq u_n, \dots, X_{j_q} \leq u_n) - P(X_{i_1} \leq u_n, \dots, X_{i_p} \leq u_n)P(X_{j_1} \leq u_n, \dots, X_{j_q} \leq u_n) \right| \leq \alpha(n, l),$$

donde $\alpha(n, l_n) \rightarrow 0$ para alguna sucesión l_n tal que $l_n/n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$.

Sucesiones Dependientes

Teorema

Sea $\{X_i, i \geq 1\}$ una sucesión estacionaria y sea $M_n = \max_{1 \leq i \leq n} X_i$. Entonces si $a_n > 0$ y $b_n \in \mathbb{R}$ son sucesiones de constantes tales que

$$P((M_n - b_n)/a_n \leq z) \rightarrow G(z)$$

donde $G(z)$ es no-degenerada y se satisface la condición $D(u_n)$ con $u_n = a_n z + b_n$ para todo z real, entonces G está en la familia de distribuciones DGVE.

Sucesiones Dependientes

Este resultado, que se debe a Leadbetter, Lindgren y Rootzén, es importante y dice que para sucesiones que sean asintóticamente independientes en niveles altos (en el sentido de la condición $D(u_n)$), los máximos de sucesiones estacionarias siguen las mismas leyes que para sucesiones independientes.

Sin embargo, los parámetros de la distribución límite sí se ven afectados por la dependencia.

Sucesiones Dependientes

Ejemplo.

Sea Y_0, Y_1, Y_2, \dots una sucesión de v.a.i. i.d. con f.d.

$$F_Y(y) = \exp\left\{-\frac{1}{(a+1)y}\right\}, \quad y > 0,$$

donde $0 \leq a \leq 1$ es un parámetro. Definimos la sucesión X_i por

$$X_0 = Y_0, \quad X_i = \max\{aY_{i-1}, Y_i\}, \quad i \geq 1.$$

Para cada $i = 1, \dots, n$,

$$P(X_i \leq x) = P(aY_{i-1} \leq x, Y_i \leq x) = \exp(-1/x),$$

si $x > 0$

Sucesiones Dependientes

Es decir, la distribución marginal de las $X_i, i \geq 1$ es una Fréchet estándar.

Sea X_1^*, X_2^*, \dots una sucesión de v.a.i. con distribución de Fréchet estándar, y sea $M_n^* = \max_{1 \leq i \leq n} X_i^*$, entonces

$$P(M_n^* \leq nz) = (\exp\{-1/(nz)\})^n = \exp(-1/z).$$

Sucesiones Dependientes

$$\begin{aligned}P(M_n) \leq nz) &= P(X_1 \leq nz, \dots, X_n \leq nz) \\&= P(Y_1 \leq nz, aY_1 \leq nz, \dots, aY_{n-1} \leq nz, Y_n \leq nz) \\&= P(Y_1 \leq nz, Y_2 \leq nz, \dots, Y_n \leq nz) \\&= \left(\exp \left\{ - \frac{1}{(a+1)nz} \right\} \right)^n \\&= (\exp(-1/z))^{1/(a+1)}.\end{aligned}$$

En particular tenemos que

$$P(M_n^* \leq nz) = (P(M_n \leq nz))^{1/(a+1)}$$

Sucesiones Dependientes

Teorema

Sea X_1, X_2, \dots una sucesión estacionaria y X_1^, X_2^*, \dots una sucesión independiente con la misma distribución marginal. Definimos M_n y M_n^* como antes. Bajo ciertas condiciones de regularidad se tiene que*

$$P((M_n^* - b_n)/a_n \leq z) \rightarrow G_1(z)$$

cuando $n \rightarrow \infty$ para ciertas sucesiones de normalización $a_n > 0$ y $b_n \in \mathbb{R}$, donde G_1 es no-degenerada, si y sólo si

$$P((M_n - b_n)/a_n \leq z) \rightarrow G_2(z)$$

donde $G_2(z) = G_1^\theta(z)$ para alguna constante $0 \leq \theta \leq 1$.

Sucesiones Dependientes

Este resultado es consistente con el primer teorema que enunciamos, porque si G_1 es una DGVE, también lo es G_1^θ : si G_1 tiene parámetros (μ, σ, ξ) con $\xi \neq 0$ entonces

$$\begin{aligned}G_1^\theta(z) &= \left(\exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \right)^\theta \\ &= \exp \left\{ - \theta \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \\ &= \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu^*}{\sigma^*} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}\end{aligned}$$

donde $\mu^* = \mu - \frac{\sigma}{\xi}(1 - \theta^{-\xi})$ y $\sigma^* = \sigma\theta^\xi$. Los parámetros de forma son iguales en ambos casos.

Sucesiones Dependientes

Para el caso Gumbel con parámetros de ubicación y escala μ y σ , G_2 también tiene una distribución Gumbel con parámetros

$$\mu^* = \mu + \sigma \log \theta \quad \text{y} \quad \sigma^* = \sigma$$

El parámetro θ se conoce como el *índice extremal*.

Estimación del Índice Espectral

A partir de la definición del índice extremal θ tenemos

$$P(M_n \leq u_n) \approx P^\theta(\tilde{M}_n \leq u_n) = F^{\theta n}(u_n),$$

siempre que $n\bar{F}(u_n) \rightarrow \tau > 0$. Por lo tanto

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log P(M_n \leq u_n)}{n \log F(u_n)} = \theta. \quad (2)$$

Esta relación sugiere la construcción de un estimador de θ .

Sucesiones Dependientes

Como no conocemos $F(u_n)$ y $P(M_n \leq u_n)$, tenemos que reemplazar estas cantidades por estimadores. Un candidato obvio para estimar la cola de la distribución $\bar{F}(u_n)$ es su versión empírica

$$\frac{N}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{X_i > u_n\}}.$$

Esta selección está motivada por el teorema de Glivenko-Cantelli para sucesiones estacionarias ergódicas. Hallar un estimador empírico para $P(M_n \leq u_n)$ no es inmediato. Recordemos que la condición $D(u_n)$ implica

$$P(M_n \leq u_n) \approx P^k(M_{\lfloor n/k \rfloor} \leq u_n) \quad (3)$$

para k constante o $k = k(n)$ de crecimiento lento.

Sucesiones Dependientes

Supongamos para facilitar el argumento que $n = rk$ para enteros $r = r(n) \rightarrow \infty$ y $k = k(n) \rightarrow \infty$. Esto divide la muestra X_1, \dots, X_n en k bloques de tamaño r :

$$X_1, \dots, X_r; \dots; X_{(k-1)r+1}, \dots, X_{kr}. \quad (4)$$

Para cada bloque calculamos el máximo

$$M_r^{(i)} = \max\{X_{(i-1)r+1}, \dots, X_{ir}\}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Sucesiones Dependientes

La relación (3) sugiere la siguiente aproximación

$$\begin{aligned}
 P(M_n \leq u_n) &= P(\max_{1 \leq i \leq k} M_r^{(i)} \leq u_n) \approx P^k(M_r \leq u_n) \\
 &\approx \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{1}_{\{M_r^{(i)} \leq u_n\}} \right)^k = \left(1 - \frac{K}{k} \right)^k.
 \end{aligned}$$

donde N es el número de excedencias de u_n por X_1, \dots, X_n y K es el número de bloques con al menos una excedencia. Una combinación de estos argumentos con (2) nos da el siguiente estimador de θ :

$$\hat{\theta}_n^{(1)} = \frac{k \log(1 - K/k)}{n \log(1 - N/n)} = \frac{1 \log(1 - K/k)}{r \log(1 - N/n)} \quad (5)$$

Sucesiones Dependientes

El segundo método se basa en resultados de Hsing, Hüsler & Leadbetter. Ellos muestran que, bajo una condición de mezcla ligeramente más fuerte que $D(u_n)$, el proceso puntual de excedencias

$$N_n(\cdot) = \sum_{i=1}^n \delta_{i/n}(\cdot) \mathbf{1}_{\{X_i > u_n\}}$$

converge débilmente a un proceso de Poisson compuesto

$$N(\cdot) = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i \delta_{\gamma_i}(\cdot)$$

siempre que $n\bar{F}(u_n) \rightarrow \tau > 0$ donde (γ_i) son los puntos de un proceso de Poisson homogéneo en $[0, \infty)$ con intensidad $\theta\tau$ y (ξ_i) es una sucesión de v.a.i.i.d no-negativas, con distribución (π_j) en \mathbb{N} e independiente del proceso de Poisson.

Sucesiones Dependientes

Es posible demostrar que $\theta E(\xi_1) = 1$, es decir,

$$\theta = 1 / E(\xi_1),$$

y podemos interpretar a θ como el recíproco del tamaño promedio de los clusters del proceso límite N , que es un proceso compuesto de Poisson.

Estos clusters corresponden a excedencias de niveles altos

Observamos que para series independiente, el índice extremal es $\theta = 1$. El recíproco, en cambio, no es cierto. Hay series estacionarios con $\theta = 1$ que no son de v.a.i. De hecho, es posible construir series de v.a. con coeficiente de correlación ρ para variables sucesivas arbitrariamente cercano a 1, pero para las cuales θ también está cercano a 1.

Sucesiones Dependientes

Estimación para Máximos por Bloques.

En este caso sabemos que la distribución límite está en la misma familia que para el caso independiente, pero los parámetros son distintos. Como, en cualquier caso, los parámetros deben ser estimados, esto no representa ninguna dificultad adicional. Por lo tanto sigue siendo adecuado modelar máximos por bloques usando la DGVE.

Hay que tener en cuenta, sin embargo que para una sucesión dependiente, M_n tiene propiedades estadísticas similares a las de $M_{n\theta}^*$, que corresponde al máximo sobre θn observaciones en una serie independiente. Al pasar de n a θn , la calidad de la aproximación por la distribución asintótica puede disminuir.

Sucesiones Dependientes

Métodos de Umbral.

Al igual que DGVE es un modelo adecuado para máximos por bloques, la DGP es un modelo apropiado para los excesos de un umbral. Sin embargo, para obtener la verosimilitud en este caso hemos supuesto que los excesos individuales son independientes, pero en el caso de una sucesión estacionaria esto no es válido.

Hay diversos métodos para resolver este problema, algunos de los cuales usan algún estimador para θ . Uno de los métodos más populares es el siguiente.

Sucesiones Dependientes

- Se usa una regla empírica para determinar los clusters de excedencias.
- En cada cluster se identifica el mayor exceso.
- Se asume que los máximos de clusters son independientes, con distribución condicional de los excesos dada por la DGP.
- Se ajusta la DGP a los máximos de clusters.

Sucesiones Dependientes

Un esquema simple para definir los clusters dado un umbral u es decir que un cluster consiste de excedencias sucesivas de este nivel. Una vez que tenemos una observación por debajo, consideramos que el cluster terminó y la próxima excedencia inicia el siguiente cluster. Este esquema permite que dos clusters sucesivos puedan estar separados por una sola observación, y en este caso puede no ser razonable la hipótesis de independencia entre clusters.

Es más común suponer que la separación entre clusters está determinada por r valores consecutivos que están por debajo del umbral seleccionado.

Sucesiones Dependientes

Ejemplo: Índice Dow Jones.

Usando el esquema anterior para los datos del Dow Jones con $r = 4$ y umbral $u = 2$ se obtienen los siguientes valores para los estimadores de (ξ, β)

$$0.270(0.281) \quad 0.538(0.177).$$

Los valores anteriores eran

$$0.288(0.258) \quad 0.495(0.150),$$

y el ajuste del modelo mejora considerablemente.

Outline

Procesos Puntuales

Sucesiones Dependientes

Software

Casos de Estudio

Software

Nos enfocaremos principalmente en el software gratuito que funciona con R, aunque haremos mención de otros programas disponibles.

Artículo de revisión recomendado:

Software for the analysis of extreme events: The current state and future directions. A. Stephenson & E. Guilleland. *Extremes* (2006), 8:87-109.

Software

- **evir** (Extreme Values In R). Asociado al libro de Embrechts, Klupelberg y Mikosch. Inicialmente desarrollado para S+ (evis) e incorporado al paquete FinMetrics de S+. También hay versión para Matlab (evim). Disponible en cran.r-project.org.

Software

- **ismev** (Introduction to Statistical Modelling of Extreme Values). Asociado al libro de S. Coles. Inicialmente desarrollado para S+. Disponible en cran.r-project.org.
- **extRemes** Versión amigable de ismev. Disponible en cran.r-project.org.

Software

- **evd** (functions for Extreme Value Distributions).
Desarrollado principalmente por A. Stephenson.
Disponible en cran.r-project.org.
- **Xtremes** Asociado al libro de Reiss y Thomas. No requiere de otro software (*stand-alone*).
Viene con el libro Reiss, R.D., Thomas, M.: Statistical Analysis of Extreme Values, from Insurance, Finance Hydrology and other Fields, Birkhauser, New York (2007).
Version comercial producida por Risktec: www.risktec.de

Outline

Procesos Puntuales

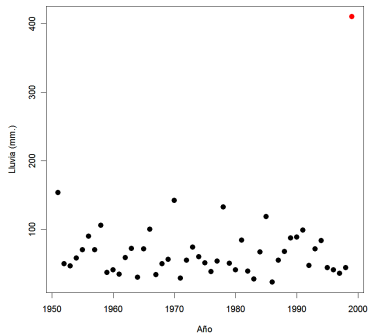
Sucesiones Dependientes

Software

Casos de Estudio

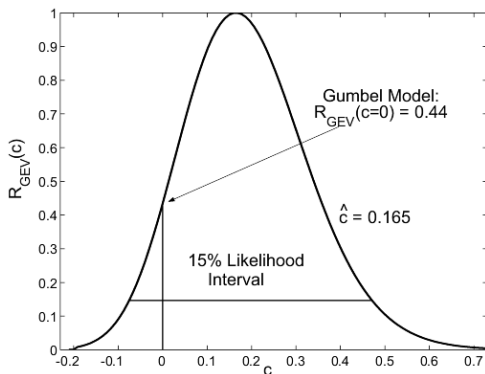
Datos de Maiquetía

Lluvias máximas anuales en Maiquetía, Venezuela



Datos de Maiquetía

Ajustamos una DGVE a estos datos.



Datos de Maiquetía

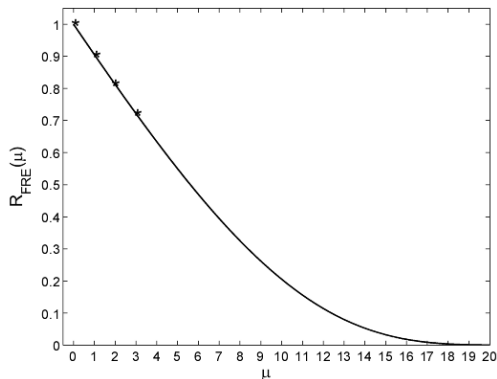
Vamos a ajustar modelos Fréchet y Gumbel para estos datos.

Table: Maiquetía Data; Maximum Likelihood Estimates of Model Parameters

Model	MLE's				
	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\alpha}$	\hat{Q}_{95}	\hat{Q}_{99}
Fréchet	0	46.81	2.47	155.55	300.66
Gumbel	50.99	21.49		114.82	149.84

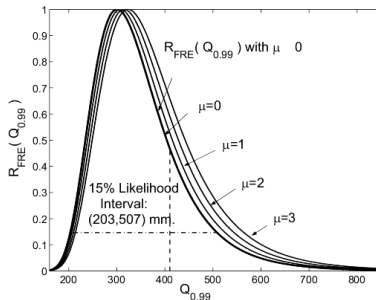
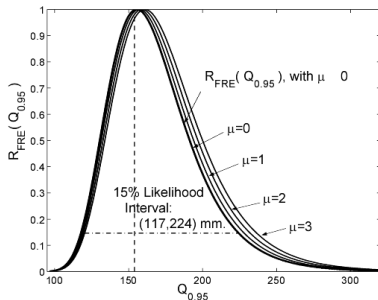
Datos de Maiquetía

Para los datos de Maiquetía, las inferencias sobre los cuantiles son bastante estables respecto a cambios en el parámetro de umbral μ en valores plausibles, como $[0, 1, 2, 3]$, como se muestra en la Figura, que presenta la verosimilitud perfil relativa del parámetro μ .



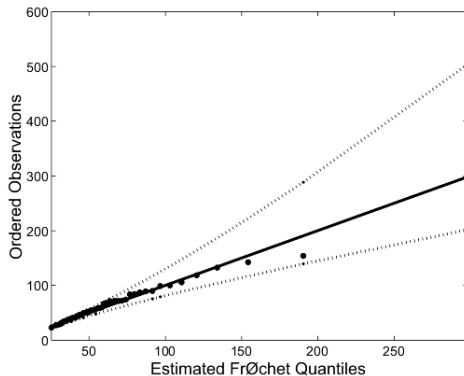
Datos de Maiquetía

La siguiente figura muestra que los emv y las varosimilitudes perfil de los cuantiles $Q_{0.95}$ y $Q_{0.99}$, para estos valores fijos de μ , son robustas y no cambian sustancialmente.



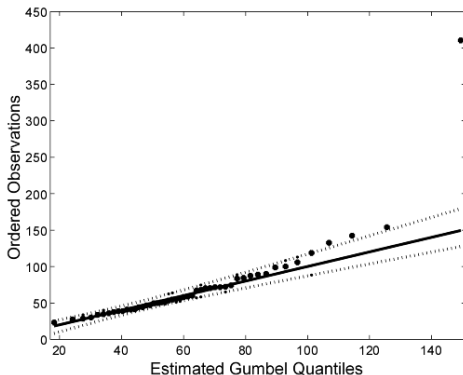
Datos de Maiquetía

El modelo Fréchet con $\mu \geq 0$ da cuenta adecuadamente del valor 410.4 mm., como se muestra en la figura, ya que el este valor cae dentro de las bandas de confianza.



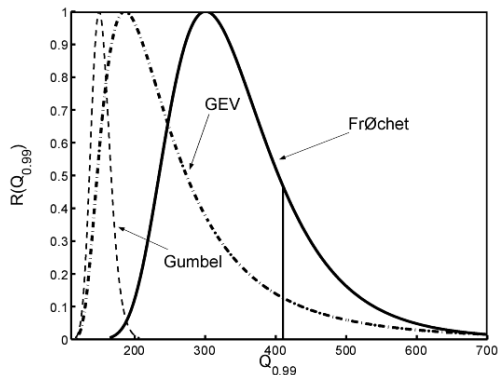
Datos de Maiquetía

En contraste, el submodelo Gumbel no asigna plausibilidad al valor 410.4mm. ya que este queda fuera del intervalo de verosimilitud-confianza de 15%. Este modelo sistemáticamente subestima los cuatro mayores datos, como se muestra en la figura.



Datos de Maiquetía

La siguiente figura muestra las varosimilitudes perfil para el cuantil 0.99 bajo las distribuciones GEV, Gumbel y Fréchet.



Datos de Maiquetía

Adicionalmente podemos hacer inferencia sobre la probabilidad de exceder un valor de interés u_0

$$\tau = P(M > u_0) = 1 - G(u_0; \mu, \sigma, \xi)$$

ya que los modelos pueden reparametrizarse in términos de τ . Para $u_0 = 154$ tenemos la probabilidad de un evento similar o peor al ocurrido en 1951. La verosimilitud perfil para el nivel de retorno en años, $1/\tau$ se muestra en la siguiente figura.

Datos de Maiquetía

