Exámen Final **Geometría Analítica: 2021-I**
Fecha: 10/Junio/2021
Profesor: Jesús Rodríguez Viorato

Instrucciones:
Escribe tu solución a cada problema en hojas separadas, tienes hasta media noche de hoy para enviar tu solución. Tienes que escribir todos los pasos que hiciste para llegar a la solución, sin procedimiento no tienes puntos.

Problema 1. Usando álgebra de vectores (no se permiten coordenadas). Demuestra que si $||u + v|| = ||u - v||$ entonces los vectores u y v son perpendiculares.

Problema 2. Sean $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ y $C(3, 4)$ tres puntos en el plano. Calcule las coordenadas de los punto P, Q y R tales que P y Q dividen a los segmento AB y AC en razón $1 : 2$ respectivamente (es decir, $AP/PB = 1/2$ y $AP/PC = 1/2$). Y R es el punto medio de PQ.

Problema 3. Determina la magnitud del ángulo agudo formado entre las rectas $3x + y - 10 = 0$ y $4x - 2y + 7 = 0$.

Problema 4. Sea v un vector no cero y w cualquier otro vector, demuestra que satisfacen la relación:

$$w = (\frac{w \cdot v}{v \cdot v})v + (\frac{w \cdot v_p}{v \cdot v})v_p$$

Problema 5. Sea $\mathcal{L}_1$ la recta perpendicular a $\mathcal{L}$ y que pasa por el punto $P(-1, 1)$ donde

$$\mathcal{L} := \{(2, 3) + t(-1, 3) | t \in \mathbb{R}\}$$

1. Encuentre la ecuación cartesiana de $\mathcal{L}_1$
2. Encuentre la ordena y abscisa al origen de $\mathcal{L}_1$.

Problema 6. Obtenga la ecuación de la bisectriz interior en el vértice A del triángulo ABC cuyos lados AB, BC y CA están dados por las ecuaciones cartesianas $x + 2y - 4 = 0$, $x - 2y + 2 = 0$ y $2x - y - 8 = 0$

Problema 7. Encuentra la ecuación del lugar geométrico de los puntos P tales que la distancia de P al punto $A(0, 0)$ es el doble que la distancia a $B(0, 3)$. Verifica que es una circunferencia, calcula su radio y su centro.

Problema 8. Encuentra la ecuación de la circunferencia con centro en $(2, 4)$ y que es tangente a la recta $x + y = 4$

Problema 9. Calcule las ecuaciones de las asíntotas y las coordenadas del centro, focos y vértices de la hipérbola con ecuación:

$$13x^2 - 4y^2 + 130x + 16y + 361 = 0$$

Problema 10. Encuentre las ecuaciones de las dos elipses que pasan por el punto $(2, 4)$, tienen centro en el origen, sus ejes de simetría son paralelos a los ejes cartesianos y la razón del eje mayor entre el menor es 2.