TEORÍA DE NÚMEROS – TAREA 7

PARA ENTREGAR EL JUEVES 25 DE ABRIL

1. Sean $a, b, c \in \mathbb{Z}$ impares. Muestra que una condición necesaria y suficiente para que la única solución en $\mathbb{Q}_2$ de $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ sea la trivial es que $a \equiv b \equiv c \pmod{4}$.
2. Para los siguientes conjuntos de a, b, c encuentra las primos p (incluyendo ∞) para los que la única solución de $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ es la trivial. ($\mathbb{Q}_\infty = \mathbb{R}$).
   a) $(a, b, c) = (1, 1, -2)$,
   b) $(a, b, c) = (1, 1, -3)$.
3. Encuentra enteros x, y, z no todos divisibles por 13 tales que
$$5x^2 + 3y^2 + 8z^2 + 6(yz + zx + xy) \equiv 0 \pmod{13^2}.$$