

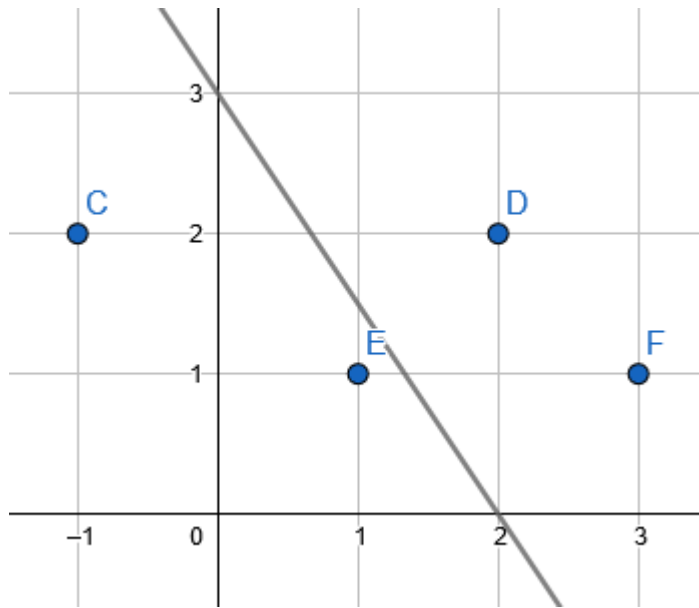
- Lea todas las instrucciones y preguntas con cuidado antes de comenzar.
- Cada problema vale cuatro puntos y el total del examen son 12 puntos. El total se calcula tomando los tres problemas con mayor calificación.
- No se permite el uso de notas, libros, ni dispositivos electrónicos.
- Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.
- Sus soluciones deben ser legibles y estar bien organizadas. No se corregirán aquellas soluciones que no puedan ser comprendidas.

Nombre completo: _____

Problema:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Total
Valor:	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	12
Puntaje:												

¡Disfruta el examen y buena suerte!

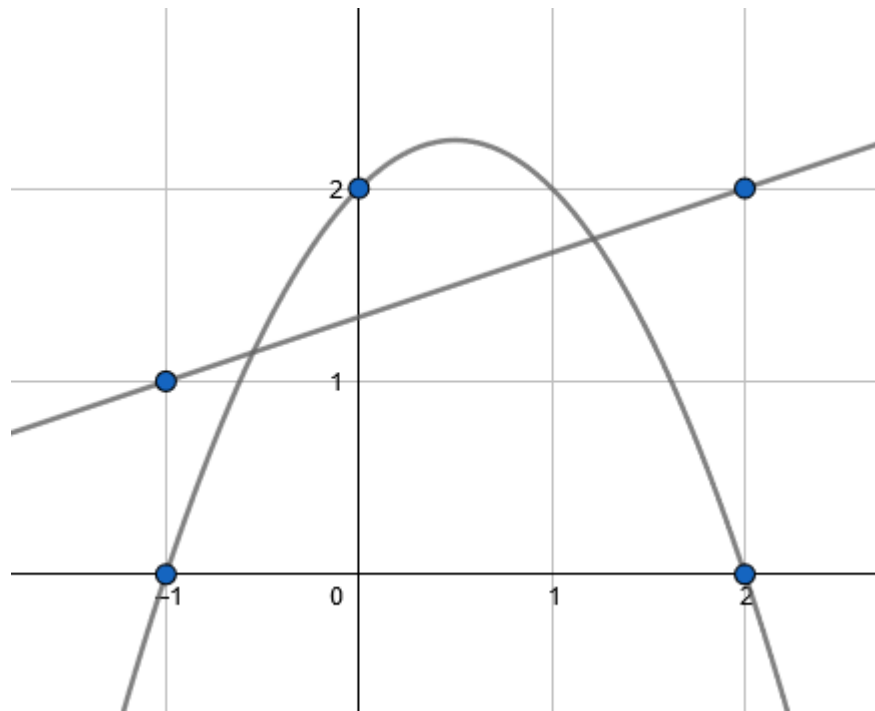
1. (+4) Halle las distancias de los puntos dados a la recta. ¿Cuál es el más cercano y cuál el más lejano?



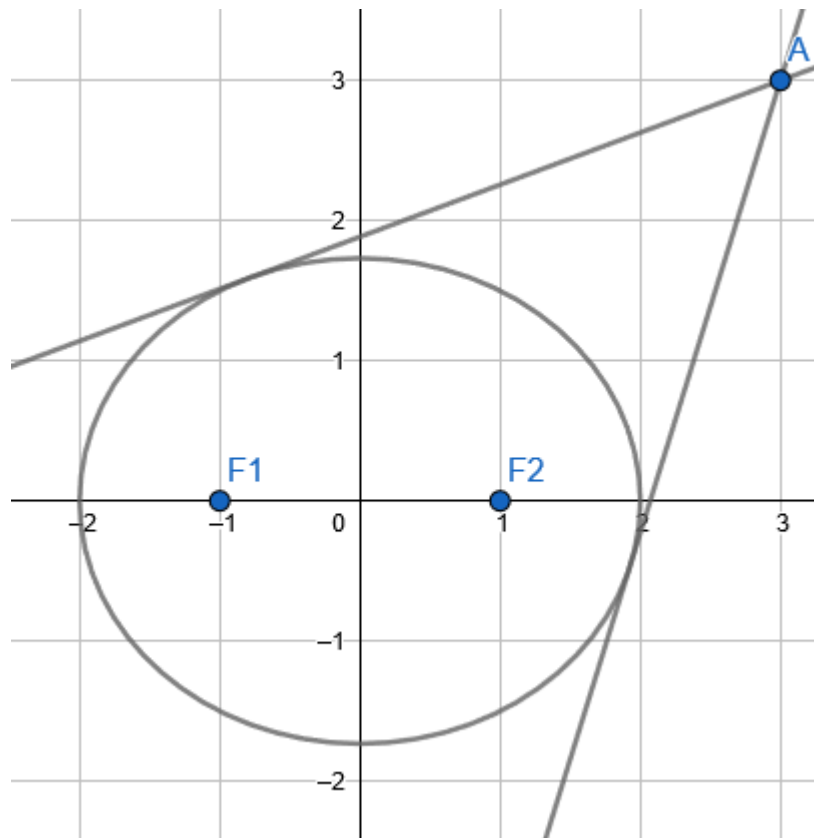
2. (+4) Halle las ecuaciones de la circunferencia circunscrita y de la circunferencia inscrita al triángulo ABC donde

$$A = (0, 0), \quad B = (3, 0), \quad C = (3, 5).$$

3. (+4) Halle las coordenadas de las intersecciones entre la recta y la parábola en la siguiente figura



4. (+4) Halle la ecuación de las rectas tangente a la elipse en la siguiente figura



5. (+4) Dé la ecuación de cada una de las siguientes elipses:

- Focos: $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$ y pasa por $(1, 1)$.
- Focos: $F_1 = (0, 0)$, $F_2 = (1, 1)$ y $a = 2$.
- Centro: $C = (0, 0)$, foco $F = (1, 2)$ y vértice $V = (2, 4)$.
- Foco $F = (0, 0)$, directriz $x + y = 1$ y excentricidad $\epsilon = 1/2$.

6. (+4) Dé la ecuación de cada una de las siguientes hipérbolas:

- Focos: $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$ y pasa por $(1, 1)$.
- Focos: $F_1 = (0, 0)$, $F_2 = (1, 1)$ y $a = 1$.
- Centro: $C = (0, 0)$, vértice $V = (1, 2)$ y foco $F = (2, 4)$.
- Foco $F = (0, 0)$, directriz $x + y = 1$ y excentricidad $\epsilon = 2$.

7. (+4) Grafique cada uno de los lugares geométricos dados por las siguientes relaciones:

- $4x^2 + y^2 = 4$
- $4x^2 + y = 4$
- $4x^2 + y^2 = 4y$
- $4x^2 - y^2 = 4y$
- $4x^2 - y^2 > 4y$
- $|4x^2 - y^2| > 4y$
- $|4x^2 - y^2 - 4y| > 0$
- $(x + 1)(4y - 1) = 0$
- $(x + 1)(4y - 1) = 1$
- $5x^2 + 5y^2 + 6xy = 8$

8. (+4) Grafique cada uno de los lugares geométricos dados por las siguientes relaciones en coordenadas polares:

- $|r - 2| < 1$
- $|\theta - \pi/2| < \pi/4$
- $r \sin \theta > 2$
- $\tan \theta = 3$
- $\cos \theta + \sin \theta = 1$
- $r = 1 - r \cos \theta$
- $2r = 1 - r \cos \theta$
- $r = 2 - 2r \cos \theta$

9. (+4) Sea $P = \{(x, y) \mid 2y(x + 2\sqrt{2}) = x^2 + y^2 + 6\}$. Escriba la ecuación del lugar geométrico que resulta en cada uno de los siguientes pasos, luego dibuje las parábolas en cada caso:
1. Rotamos P por un ángulo de 45° (en el sentido horario).
 2. Trasladamos el resultado por el vector $(-1, -1)$.
 3. Escalamos el resultado con factor $1/2$ horizontal y verticalmente.

10. (+4) Sea $a > 0$ y $P = (a, 1/a)$ un punto sobre la hipérbola $H = \{(x, y) : xy = 1\}$. Halle el área del triángulo que forma los ejes coordenados con la recta tangente a H por P .

11. (+4) Demuestre que para cualquier punto P en la hipérbola $xy = 4$, y cualquier punto Q en la elipse $x^2 + 4y^2 = 4$ la distancia entre ellos siempre es por lo menos 1.