QUIZ 6 - CÁLCULO 3

Nombres:

Resuelva por lo menos 2 de los siguientes problemas.

1. Determine $\delta > 0$ tal que

$$\sqrt{x^2+y^2} < \delta \qquad \Rightarrow \qquad |xy| < \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{100}$$

2. Para cuáles valores de $r \in \mathbb{R}$ es la función

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{(x+y+z)^r}{x^2+y^2+z^2} \text{ si } (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0 \text{ si } (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

continua en $\mathbb{R}^3$?

3. Construya una función continua $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que

$$f^{-1}(\{-1\}) = \{(x+2)^2 + y^2 \leq 1\} \qquad \text{y} \qquad f^{-1}(\{1\}) = \{(x-2)^2 + y^2 \leq 1\}$$

4. Sea $f : B_1 \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ una función convexa, es decir que para todo $x, y \in B_1$

$$f((1-t)x + ty) \leq (1-t)f(x) + tf(y) \qquad \forall t \in [0,1]$$

Demuestre que f es continua.