QUIZ 5 - CÁLCULO 3

Nombres:

1. Encuentre la longitud de la curva $y^2 = x^3$ desde el origen hasta el punto donde la tangente forma un ángulo de $45°$ con el eje x.

2. Calcule una fórmula cerrada para $(x_{2n})_{n\in\mathbb{Z}} \subseteq \mathbb{R}$ tal que para $\delta t > 0$

$$x_0 = 1, \quad v_1 = 0, \quad \frac{x_{2n+2} - x_{2n}}{2\delta t} = v_{2n+1}, \quad \frac{v_{2n+1} - v_{2n-1}}{2\delta t} = -x_{2n} - \frac{v_{2n+1} + v_{2n-1}}{2}$$

3. Verifique que si $\mathbf{r} = \langle x, y, z\rangle : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ es la trayectoria (suave) de un proyectil que satisface

$$m\mathbf{r}'' = -mg\mathbf{k} - \gamma\mathbf{r}' \qquad (m, \gamma > 0, \quad g \sim 9.8, \quad \mathbf{k} = \langle 0, 0, 1\rangle)$$

entonces gracias a la resistencia del aire ($-\gamma\mathbf{r}'$ con $\gamma > 0$) se tiene que la energía total

$$E(t) = \frac{m}{2}|\mathbf{r}'(t)|^2 + mgz(t)$$

es una función decreciente.

4. (**Bono**) ¿Para cuáles valores de $a > 0$ se tiene que la epitrocoide dada por $r = a - \cos\theta$ encierra un conjunto convexo?