Cálculo 3 **Parcial 2** **Octubre del 2019**

- Lea todas las intrucciones y preguntas con cuidado antes de comenzar.
- Cada problema vale cuatro puntos y el total del examen son doce puntos. Es decir que el total se calcula según:

$$T = \sum_{i=1}^{5} P_i - \min_{1 \leq i < j \leq 5} (P_i + P_j)$$

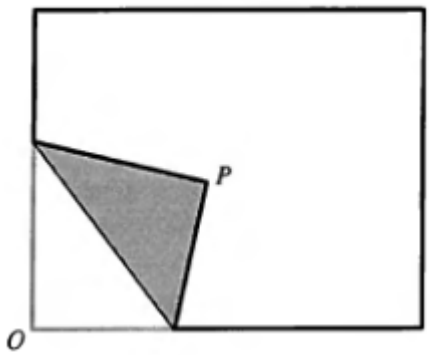
- Se permite consultar notas.
- Las soluciones deben ser justificadas, legibles y organizadas. No se corregirán aquellas soluciones que no puedan ser comprendidas.

Nombre completo: _____

Problema:	1	2	3	4	5	Total
Valor:	4	4	4	4	4	12
Puntaje:						

¡Disfruta el examen y buena suerte!

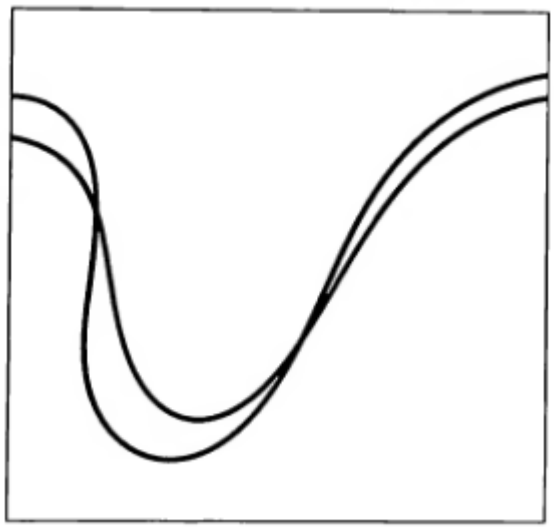
1. (+4) Asuma que el primer cuadrante del plano xy es una hoja infinita de papel. La esquina $(0,0)$ se dobla sobre un punto P tal que el triángulo que resulta de dicho doblez tiene área ≤ 1. Calcule el área del lugar geométrico que describe P bajo estas condiciones.



2. (+4) Sea L la longitud del arco de parábola que une los puntos $A = \langle 0, 1, 1\rangle$ y $B = \langle -2, 0, 2\rangle$ y que se obtiene al intersectar el cono $z^2 = x^2 + y^2$ con el plano $y + z = 2$. Calcule el primer dígito de L (la parte entera).

3. (+4) La posición $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ en tiempo t de una partícula de masa $m > 0$ y que está sujeta a una fuerza central de magnitud $f(\mathbf{r})$ satisface $m\mathbf{r}'' = f(\mathbf{r})\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$. Verifique que esta ecuación implica que el momento angular $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{r}'$ es constante y que además la trayectoria es una curva plana si $\mathbf{L} \neq 0$.

4. (+4) Calcule una fórmula cerrada para x_n si

$$\frac{x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n}{\delta t^2} + x_n = f_n, \qquad x_0 = x_1 = 0$$

5. (+4) La figura muestra las huellas que ha dejado marcada una bicicleta en un lodazal de alrededor 6 m de ancho y largo. ¿En qué dirección iba la bicicleta?