Tarea núm. 10

(Para el jueves 28 oct, 2021)

Definiciones

- El *kernel* de una transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, denotado por $\mathrm{Ker}(L)$, es el conjunto de vectores $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ tal que $L(\mathbf{v}) = 0$.
- El *producto escalar* de dos vector $\mathbf{v}_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$, $i = 1, 2$, es el número $\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle := x_1x_2 + y_1y_2$.
- Una transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ es *simétrica* si $\langle L\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle = \langle \mathbf{v}_1, L\mathbf{v}_2 \rangle$ para todo $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^2$.
- Un *valor propio* de una transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ es un número $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que existe $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{v} \neq 0$, que satisface $L\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$. Si λ es un valor propio de L, los vectores $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ tal que $L\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ se llaman los *vectores propios* de L asociado a λ.

Problemas

1. Terminar de entregar problemas de la tarea 9.
2. Una transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tiene kernel no nulo si y solo si $\det(L) = 0$.
3. $\lambda \in \mathbb{R}$ es un valor propio de una transformacion lineal $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ si y solo si $\det(L - \lambda I) = 0$.
4. Una transformación lineal $L(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ es simétrica si y solo si $b = c$.
5. Toda transformación lineal simétrica tiene un valor propio.
6. Encuentra los valores propios y vectores propios asociados de las transformaciones lineales (i) $L(x, y) = (x + y, x - y)$, (ii) $L(x, y) = (x + y, y)$, (iii) $L(x, y) = (-y, x)$.