Guia para el examen parcial num. 2

Fecha del examen: 12:30pm, jueves, 18 nov, 2021

1. En cada uno de los siguientes incisos hay que encontrar una ecuación de la forma $Ax + By + C = 0$ para la recta con las propiedades indicadas. A veces hay más que una recta.
   a) Pasa por $(1, 2)$ y $(-1, -3)$.
   b) Pasa por $(1, 2)$ y paralela a la recta $x + y + 1 = 0$.
   c) Pasa por $(1, 2)$ y perpendicular a la recta $x + y + 1 = 0$.
   d) Equidistante a $(1, 2)$ y $(-1, -3)$.
   e) Pasa por $(1, 2)$ y tangente al círculo con centro en $(-1, -3)$ y radio 1.
   f) Pasa por los dos focos de la elipse $x^2 + 2xy + 4y^2 = 1$.
   g) La directriz de la parábola $x^2 + 4xy + 4y^2 = x$.
   h) Tangente al círculo con centro en $(-1, -3)$ y radio 1 y al círculo con centro en $(1, 3)$ y radio 2.
2. Tres vectores en $\mathbb{R}^2$ tienen la misma norma y su suma se anula. Demuestra que forman los vértices de un triánguo equilatero.
3. Cierto o Falso:
   a) La imagen de una recta en $\mathbb{R}^2$ bajo una transformación lineal invertible es una recta.
   b) La imagen de una elipse en $\mathbb{R}^2$ bajo una transformación lineal invertible es una elipse.
   c) La imagen de un círculo en $\mathbb{R}^2$ bajo una transformación lineal invertible es un círculo.
   d) Para toda forma cuadrática Q existe una transformación lineal simétrica L tal que $Q(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{v}, L\mathbf{v} \rangle$.
   e) Toda transformación lineal en $\mathbb{R}^2$ tiene un valor propio.
   f) Una rotación por el origen de $\mathbb{R}^2$ es una isometria lineal.
   g) Una isometria lineal de $\mathbb{R}^2$ es una rotación.
   h) Una reflexión por una recta en $\mathbb{R}^2$ es una isometría lineal.
   i) Toda transformación lineal simétrica en $\mathbb{R}^2$ tiene un valor propio.
4. Sea E el conjunto de los puntos en el plano de la forma $(P + 2Q)/3$, tal que P está sobre el eje de x, Q está sobre el eje de y, y $dist(P, Q) = 1$. Demuestra que E es una elipse y encuentra sus focos.
   (Nota: esta es una forma práctica para dibujar una elipse).
5. Sean $A > B > 0$. Demustra que para todo $\lambda < A$, $\lambda \neq B$, las cónicas
$$\frac{x^2}{A - \lambda} + \frac{y^2}{B - \lambda} = 1$$
   tienen los mismos focos.