

## Examen parcial num. 1

23 sept, 2021

*Nota: los problemas marcados con estrella \* son retos opcionales.*

1.
  - a) Definir: la bisectriz de un ángulo.
  - b) Demuestra: la bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos dentro del ángulo que son equidistantes a los dos lados del ángulo.
  - c) Describe una construcción con regla y compás de la bisectriz de un ángulo dado.
  - d) Demuestra: la tres bisectrices de un triángulo son concurrentes.
  - e) \* Sea  $ABC$  un triángulo,  $A'$  el punto de intersección de  $BC$  con la bisectriz del ángulo  $BAC$ . Demuestra que  $AB/AC = BA'/A'C$ .
2.
  - a) Definir: triángulo isosceles.
  - b) Describe una construcción con regla y compás de un triángulo isosceles con base y ángulo frente a la base dados.
  - c) Demuestra: un triángulo es isosceles si y solo si dos de sus alturas tienen la misma longitud.
  - d) \* Demuestra: un triángulo es isosceles si dos de sus bisectrices tienen la misma longitud.
3.
  - a) Definir: paralelogramo, rombo.
  - b) Demuestra: en un paralelogramo, las diagonales bisectan una a la otra.
  - c) Demuestra: en un rombo, las diagonales son perpendiculares y bisectan los ángulos del rombo.
4.
  - a) Describe una construcción con regla y compás del centro de un círculo dado.
  - b) Demuestra: un ángulo inscrito en un círculo, apoyado en un arco del círculo, con vértice en el arco complementario, mide la mitad del ángulo central apoyado en el mismo arco.
  - c) \* Dado un círculo y un punto  $P$  fuera del círculo, sean  $A$  y  $B$  los puntos de intersección con el círculo de una recta que pasa por  $P$  y que intersecta el círculo en dos puntos. Demuestra: el producto de las distancias  $|PA| \cdot |PB|$  no depende de la recta. (Sugerencia: encuentra una fórmula para este producto que no depende de la recta, sino solo de  $P$  y del círculo).