Guia para el examen final

Fecha del examen 9 dic, 2021

1. Construir, con regla y compás:
   a) Un triángulo con lados que miden 2,3,4 unidades.
   b) El círculo circunscrito de un triángulo dado.
   c) El círculo inscrito de un triángulo dado.
   d) La recta tangente en un punto dado de un círculo dado.
   e) Las dos rectas tangentes a un cícrculo dado, que pasan por un punto dado fuera del círculo.
   f) Un segmento que es 5/3 veces más largo que un segmento dado.
   g) Un segmento que es $\sqrt{2}$ veces más largo que un segmento dado.
   h) Un segmento que es $\sqrt{3}$ veces más largo que un segmento dado.
   i) Un triángulo equilátero con el mismo área que un cuadrado dado.
   j) Ángulos de: 15, 30, 45, 60, 75, 105 grados. Reto (opcional): 72 grados.

   Nota: hay que dar en cada inciso una descripción formal y precisa, con una demostración, siguiendo los ejemplos de las la clase de 30 ago.

2. Demostrar:
   a) Los ángulos de la base de un triángulo isosceles son iguales.
   b) Un triángulo que dos de sus ángulos son iguales es isosceles.
   c) Las tres medianas de un triángulo son concurentes (pasan por un punto). El punto de concurencia se llama el *baricentro* del triángulo (o el *centroide*).
   d) El baricentro de un triángulo divide cada mediana en una proporción 2:1.
   e) Las tres bisectrices de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia se llama el *incentro* del triángulo.
   f) Las tres mediatrices de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia se llama el *circumcentro* del triángulo.
   g) Las tres alturas de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia de las tres alturas se llama el *ortocentro* del triángulo.

      Sugerencia: Pasar la paralela a cada arista por el vértice opuesto. Se forma un triángulo más grande, en donde las alturas del triángulo original son mediatrices. Ahora usas el inciso anterior.

   Nota: hay que dar en cada inciso una demostración formal y precisa, acompañada con un dibujo, siguiendo los ejemplos de las tareas 2 y 3.

3. Calcular

   a) La medida del lado de un triángulo equilátero con área de 1 metro cuadrado.
   b) El diámetro de un círculo con área de 1 metro cuadrado.
   c) El área de un triángulo con ángulos 30-30-120 grados y con un perímetro de 10 metros.
   d) El área de un triángulo con lados 3,5,7 metros.
   e) La suma (en grados y radianes) de los ángulos interiores de un polígono con n lados. Verifica que la fórmula que obtienes da 180^0 para $n = 3$.

f) La longitud de la cuerda de un círculo de radio 10 que se encuentra en frente de un ángulo inscrito de 30^0.
g) El área de un tríangulo cuyo perímetro es el doble del perímetro de otro triángulo con área 3.
h) El radio del círculo inscrito de un triángulo cuyo área es 4 veces el área de otro triángulo con radio de círculo inscrito 5.
i) El $\operatorname{sen} 5\alpha$, $\cos 5\alpha$, $\tan 5\alpha$ en términos de $\operatorname{sen}\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, respectivamente.
j) El ángulo de inclinación de una rampa de 3 metros al levantar uno de sus extremo por 30cm.
k) El número de vueltas por minuto que da una rueda con un diametro de 60cm de un coche que va a 60km por hora.
l) El vértice de la parábola $y^2 + 4y + 8x + 28 = 0$.
m) Las asíntotas y focos de la hipérbola $xy = 7$.
n) Ecuación de la recta tangente a la elipse $x^2 + 2y^2 = 3$ en $(1, 1)$.
ñ) El radio de la circunferencia que pasa por $(3, 0)$, $(1, 2)$, $(-1, 3)$.
o) La distancia entre los focos de la elipse $x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 5y = 6$.
p) El punto más cercano de la elipse $x^2 + 3y^2 = 10$ al punto $(1, 0)$.
q) El punto más cercano de la parábola $y = x^2$ a la recta $y = x - 10$.
r) El área del triángulo con vértices $(3, 1)$, $(-1, 5)$, $(-2, -4)$.
s) El punto de intersección de las medianas del triángulo con vértices $(3, 1)$, $(-1, 5)$, $(-2, -4)$.
t) Una ecuación cuadrática para la elipse con focos en $(0, 0)$, $(1, 1)$ y que pasa por $(0, 2)$.

4. Cierto o Falso: si dos hipérbolas tienen las mismas asíntotas entonces tienen los mismos focos.
5. (Opcional) Una elipse y una hipérbola tienen ambas sus focos en $(1, 0)$ y $(-1, 0)$. Demuestra que en cada uno de sus 4 puntos de intersección sus tangentes son perpendiculares.