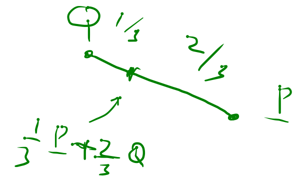
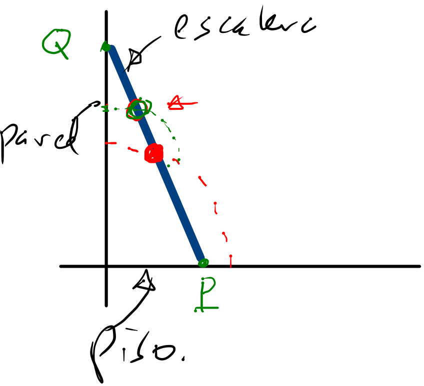
4. Sea E el conjunto de los puntos en el plano de la forma $(P+2Q)/3$, tal que P está sobre el eje de x, Q está sobre el eje de y, y $dist(P,Q) = 1$. Demuestra que E es una elipse y encuentra sus focos.

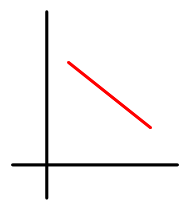
(Nota: esta es una forma práctica para dibujar una elipse).



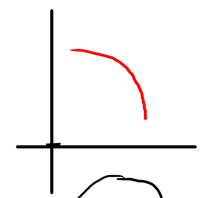


La escalera se resbala. Qué curva traza el punto rojo?

A



B



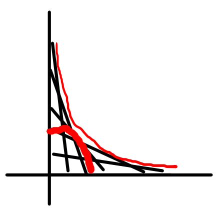
C

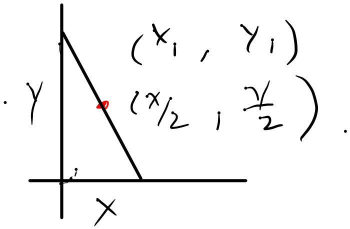
otro

D

ivan
pedro
Gael
~~axel~~
Hazel

axel
Sebastien
Uriel
Santiago

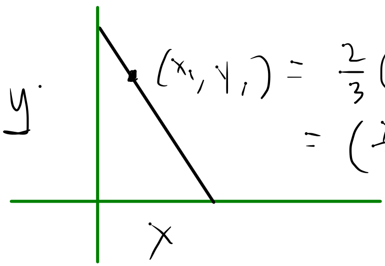




$$x^2 + y^2 = 1 \quad / \div 4$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(x_1)^2 + (y_1)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$



$$(x_1, y_1) = \frac{2}{3}(0, y) + \frac{1}{3}(x, 0) = \left(\frac{x}{3}, \frac{2y}{3}\right)$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

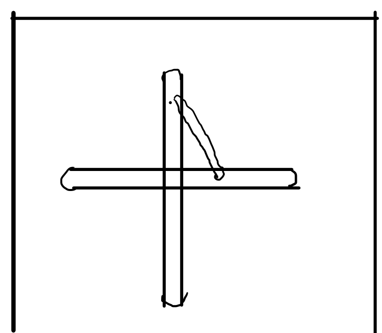
$$(3x_1)^2 + \left(\frac{3y_1}{2}\right)^2 = 1$$

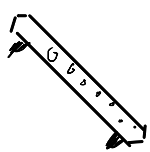
$$\Uparrow$$

$$\Rightarrow x = 3x_1, \; y = \frac{3y_1}{2}$$

$$\left(\frac{x_1}{1/3}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{2/3}\right)^2 = 1$$

Una elipse con semiejes $1/3$, $2/3$.





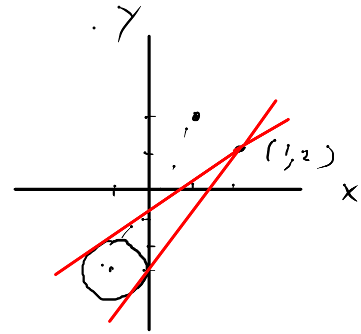
① encontrar recta tal que...

e) Pasa por $(1,2)$ y tangente al círculo con centro en $(-1,-3)$ y radio 1.

f) Pasa por los dos focos de la elipse $x^2 + 2xy + 4y^2 = 1$.

g) La directriz de la parábola $x^2 + 4xy + 4y^2 = x$.

h) Tangente al círculo con centro en $(-1,-3)$ y radio 1 y al círculo con centro en $(1,3)$ y radio 2.



1e Recta que pasa por $(1,2)$

$y = mx + b$

$2 = m \cdot + b$

$\Rightarrow b = 2 - m$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = mx + 2 - m \\ (x+1)^2 + (y+3)^2 = 1 \end{cases} \qquad m = ?$$

$\rightarrow y = m(x-1) + 2$

$y + 3 = m(x-1) + 5$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (m(x-1)+5)^2 = 1$$

$$\rightarrow m^2(x-1)^2 + 10m(x-1) + 25 = m^2x^2 - 2m^2x + m^2 + 10mx - 10m + 25$$

$$= m^2x^2 + (10m - 2m^2)x + m^2 - 10m + 25$$

$$(1+m^2)x^2 + (2 + 10m - 2m^2)x + m^2 - 10m + 25 = 0$$

$\Delta = 2 + 10m$

$$x - 1 = s$$
$$x + 1 = s + 2$$

$$\Rightarrow (s+2)^2 + (ms+5)^2 = 1$$

$$(1+m^2)s^2 + \underset{2(2+5m)s}{(4+10m)s} + \underbrace{4+25-1}_{28} = 0$$

$$\frac{1}{4}\Delta = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = (2+5m)^2 - (1+m^2)28 = 0$$

$$(25-28)m^2 + 20m + 4 - 28 = 0$$

$$-3m^2 + 20m - 24 = 0 \Rightarrow 3m^2 - 20m + 24 = 0$$

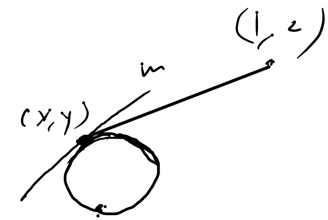
$$m_{1,2} = \frac{-b/2 \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$m = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 72}}{3} = \frac{10 \pm \sqrt{28}}{3} = \frac{10 \pm 5^+}{3} = \begin{cases} 15^+/3 = 5^+ \\ \frac{5^-}{3} \approx 1,7 \end{cases}$$

otra manera de resolver

e) Pasa por $(1,2)$ y tangente al círculo con centro en $(-1,-3)$ y radio 1.

la ecuación de círculo $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 1$



$$2(x+1) + 2(y+3)m = 0$$

$m = -\dfrac{x+1}{y+3}$ ← la pendiente de la recta que pasa por $(x,y) \in$ círculo

$$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 1$$

la pend. de la recta que conecta (x,y) con $(1,2)$ es

$$\begin{cases} \dfrac{y-2}{x-1} = -\dfrac{x+1}{y+1} \\ (x+1)^2 + (y+3)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow (y-2)(y+1) = -(x+1)(x-1)$$

$$y^2 - y - 2 = 1 - x^2$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - y = 3 \\ x^2 + y + 2x + 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

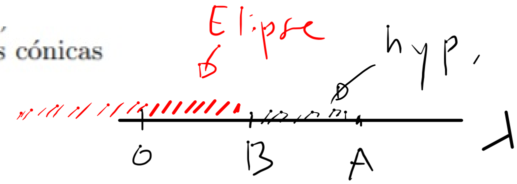
$$2x + 7y = -12$$

$$y = ----$$

5. Sean $A > B > 0$. Demustra que para todo $\lambda < A$, $\lambda \neq B$, las cónicas

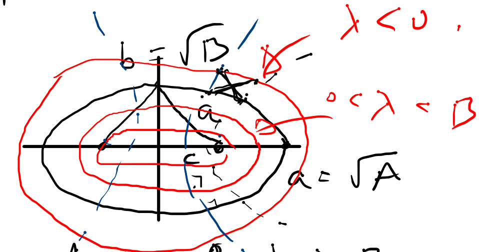
$$\frac{x^2}{A-\lambda}+\frac{y^2}{B-\lambda}=1$$

tienen los mismos focos.



$$\frac{x^2}{A}+\frac{y^2}{B}=1$$

$A > B > 1$



$c^2 = a^2 - b^2 = A - B$

Si $\lambda < B < A \Rightarrow$ una elipse porque $A-\lambda > B-\lambda > 0$

Con $c^2 = (A-\lambda)-(B-\lambda) = A-B$.

Para $B < \lambda < A \Rightarrow$ hyperbola

Esta es un familia de cónicas confocales

- perp.
- teo. de Ivory.