353. Given three lines passing through the same point. If a point moves along one of the lines, then the ratio of the distances from this point to the other two lines remains fixed.

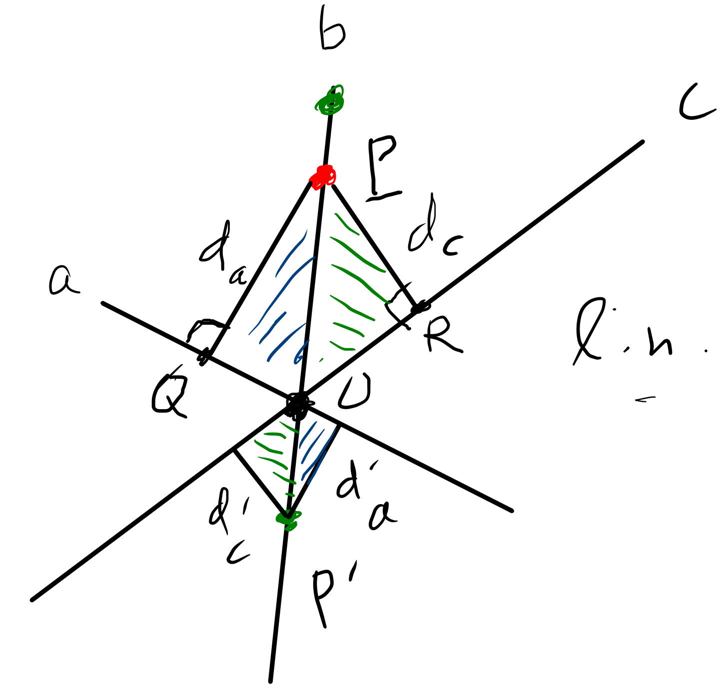
ratio = razón, proporción

Dado: $P, P' \neq O = a \cap b \cap c$

$$r := \frac{d_a}{d_c}.$$

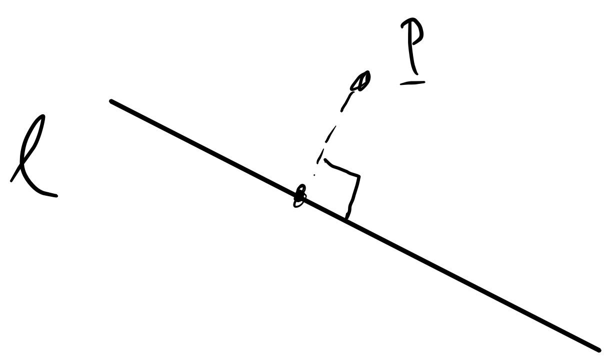
$$r' := \frac{d'_a}{d'_c}.$$

P.D. $\boxed{r = r'}$



l.n. concurrents

puntos colineales



$$\text{dist}(A,B) = \inf\{\text{dist}(P,Q) \mid P \in A,\ Q \in B\}$$

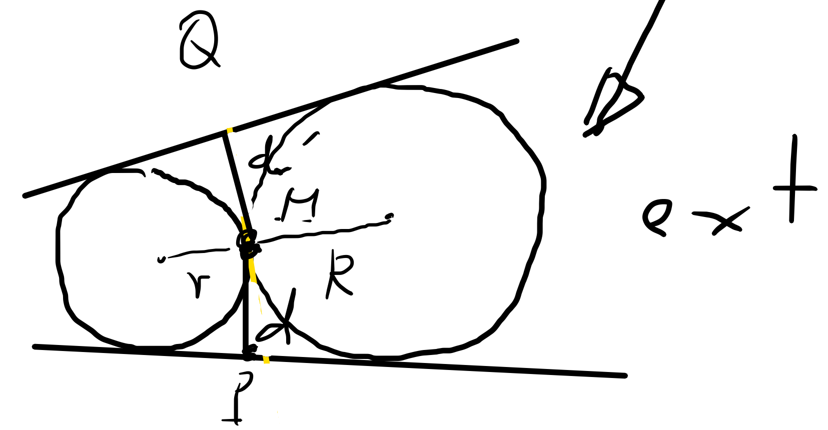
$$0 = \inf\{x \mid x > 0\}$$

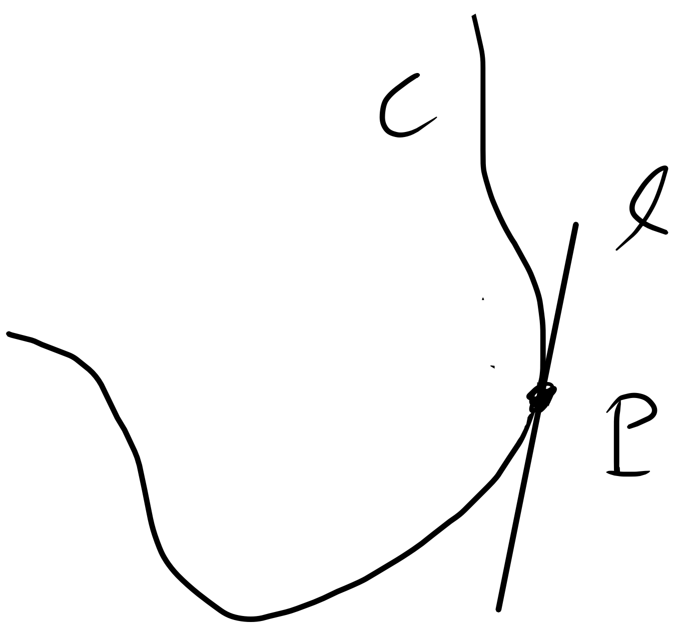
Find the perimeter of the square.

359. Two circles of radii R and r respectively are $\boxed{\text{tangent externally}}$ at a point M. Compute the distance from M to the common external tangents of the circles.

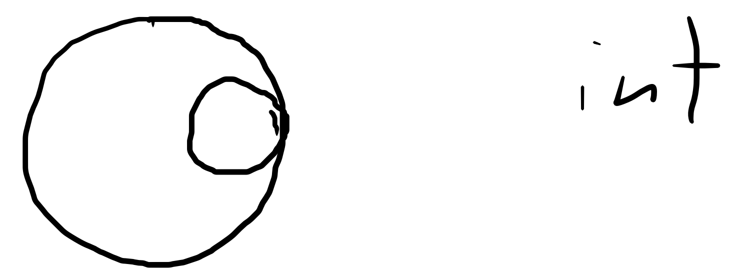
P.D. $MQ = MP$

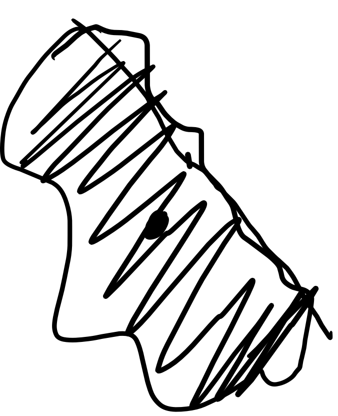
Calcular: MQ en términos r, R





ℓ = la recta tangente a C en P.



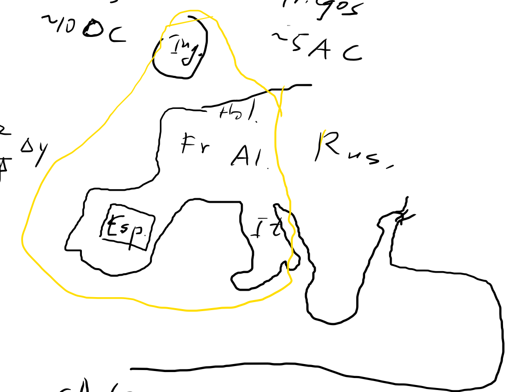


Geometría analítica

geom. analítica ~17 DC Descartes

álgebra — árabes ~10 DC

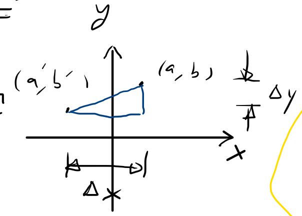
geometría — Griegos ~5 AC



Def Plano euclideano $\mathbb{R}^2 = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$.

Def "punto" $= (a,b) \in \mathbb{R}^2$.

Def. dist. $((a,b),(a',b')) \overset{def}{=} \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(a-a')^2 + (b-b')^2}$



Def Recta $\subset \mathbb{R}^2$

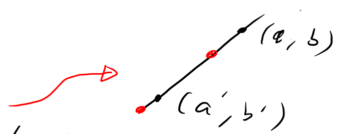
$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid Ax + By = C\}$

donde $A, B, C \in \mathbb{R}$, $(A,B) \neq (0,0)$ $\begin{pmatrix} A \neq 0 \\ \text{ó } B \neq 0 \end{pmatrix} \iff A^2 + B^2 \neq 0$

Def: pendiente de una recta

1) $-\frac{A}{B}$ (si $B \neq 0$)

2) $\frac{\Delta b}{\Delta a} = \frac{b-b'}{a-a'} = \frac{b'-b}{a'-a}$ (si $a' \neq a$)



(se toma cualquier 2 puntos en la recta)

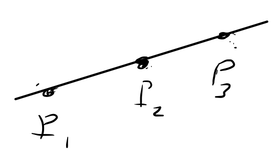
Teo: la def. 2 de pendiente no depende del par de puntos en la recta que tomamos.

Teo: def 1 $\iff$ def 2

Def: Dados $P_1, P_2, P_3 \in \ell$ (una recta), distintos

P_2 es entre P_1, P_3 si

$|P_1 P_3| = |P_1 P_2| + |P_2 P_3|$



$$7x^3 - 2^{x+y^2} = \operatorname{sen} xy$$

Solución: $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ t.q. al sustituir $x=a$, $y=b$ en sale correcto.

$(1,2)$ una sol'n? $7 \cdot 1^3 - 2^{1+4} = \operatorname{sen} 2$

NO

Ej.

- $x = 1$ $(A=1, B=0, C=1)$

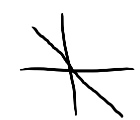
- $A = B = 0$, $C = 1$ ✗

  $0 = 1$ $\emptyset$.

- $A = B = C = 0$ ✗

  $\mathbb{R}^2$

- $x + y = 0$



Pregunta:

Existen 2 ec'ns distintas de la forma $Ax + By = C$ de la misma recta?

Respuesta:

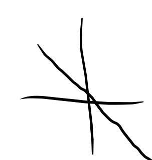
Sí: por ejemplo

$x = 1$ $/\cdot 2$

$2x = 2$

$x + y = 0$

$\pi x + \pi y = 0$



En general, si mult. los 2 lados de la ec'n por el mismo núm $\neq 0$, la ec'n nueva es de la misma recta.

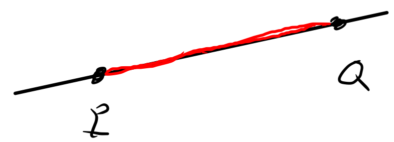
Teo: dados 3 puntos colineales, distintos, exactamente uno de ellos está entre los otros 2.

Teo: dados $P, Q \in \mathbb{R}^2$, distintos, $\exists!$ recta que pasa por P, Q.

existe única

Def: " " " " , el segmento $PQ = \{R \mid R$ está en la recta por P, Q y R está entre $P, Q\} \cup \{P, Q\}$

$= \overline{PQ} = [P, Q]$



Def: círculo con centro P_0 y radio $r > 0$ es $\{P \in \mathbb{R}^2 \mid |PP_0| = r\}$

$= \{(x, y) \mid (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2\}$, $P_0 = (x_0, y_0)$

El siguiente tema: cónicas (elipses, parábolas, hipérbolas)

Bibliografía de geom. ana + cónicas ?

Pregunta (Uriel): ¿existen teoremas de geometría euclideana que no se puede demostrar con geometría sintética y sí se puede demostrar con geometría analítica? o viceversa ...

~1930: Teo de In de Gödel
$\exists$ teo. sin demos -aciones