Examen parcial núm. 2

(20 mayo 2011)

1. Sea $T : V \to W$ una transformación lineal entre espacios vectoriales de dimensión finita sobre el mismo campo K. Demuestra:
$$\dim(Ker(T)) + \dim(Im(T)) = \dim(V).$$

2. Sea $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal dada por $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1+2x_2+3x_3+4x_4, 5x_1+6x_2+7x_3+8x_4, 9x_1+10x_2+11x_3+12x_4)$. Encuentra bases para el kernel y la imagen de T.

3. Sea $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal dada por $T(x, y) = (x + y, x - y)$. Encuentra la matriz de T con respecto a la base $\{(1, 2), (3, 4)\}$ de $\mathbb{R}^2$.

4. Sean $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}, B' = \{\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2\} \subset \mathbb{R}^2$, donde $\mathbf{v}_1 = (1, 2), \mathbf{v}_2 = (3, 4), \mathbf{v}'_1 = (5, 6)$ y $\mathbf{v}'_2 = (7, 8)$.

   a) Demuestra que B, B' son bases de $\mathbb{R}^2$.
   b) Expresa las coordenadas de un vector en $\mathbb{R}^2$ con respecto a B en términos de sus coordenadas con respecto a B'.
   c) Expresa las coordenadas de un vector en $\mathbb{R}^2$ con respecto a B' en términos de sus coordenadas con respecto a B.