Examen parcial núm. 1

(18 mar 2011)

Cierto o Falso.

1. Toda matriz cuadrada simétrica con coeficientes reales es congruente a una matriz diagonal.
2. Toda matriz cuadrada simétrica con coeficientes reales es congruente a un múltiplo por escalar de la matriz identidad.
3. Cualquer dos matrices cuadradas simétricas $n \times n$ con coeficientes reales que son negativas definidas son congruentes.
4. Cualquer dos matrices cuadradas simétricas $n \times n$ con coeficientes reales que son invertibles son congruentes.
5. Dada una forma cuadrática con coeficientes reales f en 6 variables $x_1, \ldots, x_6$, de rango 6 y signatura 0, existe una matriz invertible P, 6×6 con entradas p_{ij}, tal que el cambio de variables $x_i = \sum_{j=1}^{6} p_{ij} y_j$ convierte la f a la forma cuadrática $y_1^2 - 2y_2^2 + 3y_3^2 - 4y_4^2 + 5y_5^2 - 6y_6^2$.
6. Todo sistema de ecuaciones lineales sobre un campo K con más incognitas que ecuaciones tiene por lo menos una solución.
7. Si un sistema de ecuaciones lineales sobre un campo K con más incognitas que ecuaciones tiene una solución entonces esta solución no es única.
8. Sea A una matriz $m \times n$ con coeficientes en un campo K. El conjunto de los vectores $w \in K^m$ para los cuales el sistema $Av = w$ tiene una solución, es un subespacio vectorial de K^m.
9. Sea A una matriz $m \times n$ con coeficientes en un campo K. Entonces para todo $w \in K^m$, el cojunto de soluciones $v \in K^n$ al sistema $Av = w$ es un subespacio vectorial de K^n.
10. Sean $A, B \in Mat_n(K)$ (matrices $n \times n$ con coeficientes en un campo K) tal que existe una serie de operaciones elementales de columna que convierte la A a la B. Si A es invertible entonces B tambien.
11. Si A es una matriz simétrica 3×3 positiva definida entonces todas sus entradas son distintas de 0.
12. Si A es una matriz simétrica 3×3 positiva definida entonces todas las entradas sobre su diagonal son positivas.
13. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la función dada por $f(x, y) = (x + y, x - y, 2x - y)$ y sea $W = \{f(x, y) | (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$. Entonces existe un sistema de 2 ecuaciones lineales con 3 incognitas con coeficientes reales tal que W es el conjunto de soluciones de este sistema.
14. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la función dada por $f(x, y) = (x + y, x - y, 2xy)$ y sea $W = \{f(x, y) | (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$. Entonces existe un sistema de 2 ecuaciones lineales con 3 incognitas con coeficientes reales tal que W es el conjunto de soluciones de este sistema.