

Exámen parcial 2

Viernes, 7 nov, 2008

En cada inciso hay que encontrar la cantidad o el objeto descrito. Presnta de manera clara tus cuentas y razonamiento. Si usas algun resultado de la clase o la tarea anuncialo con precisión y claridad (pero no lo tienes que demostrar).

1. La distancia entre $P_1 = (-1, -2)$ y $P_2 = (2, 2)$.
2. La norma del vector $\mathbf{v} = (6, -8)$.
3. El producto escalar de los dos vectores $\mathbf{v}_1 = (1, 2)$ y $\mathbf{v}_2 = (-1, 4)$.
4. El coseno del ángulo entre $\mathbf{v}_1 = (3, 4)$ y $\mathbf{v}_2 = (8, 6)$.
5. Los puntos P del segmento que une los puntos $P_1 = (-1, -2)$ y $P_2 = (2, 2)$, y que dividen la distancia entre P_1 y P_2 en una proporción de 1 : 2.
6. La pendiente de la recta $x + 2y + 3 = 0$.
7. La recta que pasa por $P = (2, 3)$ y paralela a la recta $x + 2y + 3 = 0$.
8. La recta que pasa por $P = (2, 3)$ y perpendicular a la recta $x + 2y + 3 = 0$.
9. El punto de intersección de los medianos del triángulo con vértices $P_1 = (-2, -3)$, $P_2 = (2, -1)$, $P_3 = (-1, 5)$.
10. Los valores y vectores propios de la transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $L(x, y) = (2x, 4y)$.
11. La determinante de la transformación lineal del inciso 10.
12. La imagen de la recta $x + 2y + 3 = 0$ bajo la transformación lineal del inciso 10.
13. La imagen del círculo $x^2 + y^2 = 1$ bajo la transformación lineal del inciso 10.
14. La imagen de la parábola $y = x^2$ bajo la transformación lineal del inciso 10.
15. La determinante de L^{2008} (L compuesta con su misma 2008 veces), donde $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ es la transformación lineal dada por $L(x, y) = (11x - 20y, 6x - 11y)$.
16. Los valores $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que existe un vector no nulo $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ tal que $L\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$, donde $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ es la transformación lineal dada por $L(x, y) = (x + y, x - y)$.
17. La inversa de la transformación lineal $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $L(x, y) = (2y, 4x)$.
18. Una rotación (por el origen) $\rho : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ que manda el vector $(1, 1)$ a un vector de la forma $(0, y)$.
19. Los focos de la elipse $x^2 + 2y^2 = 3$.
20. Las longitudes de los semi-ejes (mayor y menor) de la elipse $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 6$.
21. La distancia entre los focos de una elipse cuyo eje mayor mide 10 metros y eje menor mide 8 metros.
22. Las asíntotas de la hipérbola $x^2 - y^2 = 9$.
23. El máximo valor posible del producto escalar de dos vectores en \mathbb{R}^2 , uno de norma 2, otro de norma 3.
24. El foco de la parábola $y = (x - 1)(x - 3)$.
25. La recta tangente a la elipse $x^2 + 2y^2 = 3$ en el punto $P = (1, 1)$.

Extra crédito: una pelota rebota dentro de una mesa de billar elíptica (se refleja de las paredes). Sean P_1, P_2, P_3, \dots los puntos sucesivos de la elipse en donde rebota la pelota (en orden cronológico). Sean d_i, d'_i las distancias del segmento $[P_i, P_{i+1}]$ de la trayectoria de la pelota a los focos de la elipse. Demuestra que el producto $d_i d'_i$ es independiente de i .

