

Exámen parcial núm. 2

22 mayo, 2006

Duración del exámen: 1.5 hrs

Hay que decidir para cada afirmación si es cierta o falsa y dar una breve explicación (no es necesario dar una demostración completa, es suficiente citar un teorema, hacer una cuenta o dar un contra ejemplo).

1. La forma $xdy - ydx$, definida en \mathbb{R}^2 , es cerrada.
2. La forma $xdy - ydx$, definida en \mathbb{R}^2 , es exacta.
3. La forma $(xdy - ydx)/(x^2 + y^2)$, definida en $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, es cerrada.
4. La forma $(xdy - ydx)/(x^2 + y^2)$, definida en $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, es exacta.
5. La integral de línea en el plano del campo vectorial $v(x, y) = (x, y)/(x^2 + y^2)$, a lo largo de cualquier curva cerrada que no pasa por el origen, se anula.
6. La integral de la forma $dx + dy$, a lo largo de cualquier curva cerrada en \mathbb{R}^2 , se anula.
7. Existe en \mathbb{R}^2 una forma diferencial lineal L con la siguiente propiedad: para todo conjunto medible en \mathbb{R}^2 cuya frontera está dada por una curva cerrada parametrizada γ (recorrida en el sentido de las manecillas del reloj), el área del conjunto está dado por la integral de L alrededor de γ .
8. Sean a, b dos números que satisfacen $-1 \leq a < b \leq 1$ y

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ y } a \leq z \leq b\}.$$

Entonces el área de la superficie S solo depende de $b - a$.