Reposición del Exámen Final

9 enero, 2007

Hay que resolver 4 de los siguientes 5 problemas (25 pts cada problema).

1. Demuestra que un punto crítico de una función convexa diferenciable $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es un punto mínimo.

2. Demuestra: toda función diferenciable en un abierto en $\mathbb{R}^n$ es contínua.

3. Encontrar el rectángulo con área maximal inscrito en la elipse $x^2 + 2y^2 = 1$.

4. Encontrar la ecuación del plano tangente a la superficie $x^2 + y^3 + z^4 = 3$ en el punto $x = y = z = 1$.

5. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $f(r, \theta) = (r^3 \cos 3\theta, r^3 \operatorname{sen} 3\theta)$.
   a) Demuestra que f es diferenciable y encuentra la matriz Jacobiana de f en un punto $(r, \theta) \in \mathbb{R}^2$.
   b) Encuentra un subconjunto abierto maximal $U \subset \mathbb{R}^2$ tal que $V = f(U)$ es abierto y la restricción de f a U define una biyección $U \to V$ cuya inversa es diferenciable.