Examen Parcial núm. 2 – Álgebra Lineal I
(21 de feb 2002)

Nota: El primer examen parcial fue corregido pero no calificado porque la mayoría de los alumnos no entendieron bien en qué consiste una demostración, o no dieron las definiciones con suficiente precisión. Para remediar esto, todos los alumnos tienen que hacer este segundo examen parcial en casa, y entregarlo el próximo viernes 28 de feb a las 12:30 en la clase. Este segundo examen sí lo vamos a calificar. Para prepararte para el examen puedes usar cualquer material, amigos, parientes etc. También puedes (y te recomendamos) consultar en la página del curso la hoja de soluciones al examen parcial núm. 1. Pero una vez que empiezas a escribir el examen no puedes usar **ninguna** ayuda o material, lo haces solo, como si estuvieras en un examen en clase.

1. (a) Sea F un campo. Define: V es un espacio vectorial sobre F.

   (b) Sea V un espacio vectorial sobre un campo F.

   i. Demuestra que $c\mathbf{0} = \mathbf{0}$ para todo $c \in F$, con $\mathbf{0}$ el vector nulo de V.

   ii. Sea $\mathbf{v} \in V$. Demuestra que si existe un $c \in F$, $c \neq 0$, tal que $c\mathbf{v} = \mathbf{0}$ entonces $\mathbf{v} = \mathbf{0}$.

2. (a) Sea V un espacio vectorial sobre un campo F y sea $W \subset V$ un subconjunto. Define: W es un subespacio vectorial de V.

   (b) Sea V el espacio de todas las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con la estructura usual de espacio vectorial (ejemplo 3 de la p. 30 del libro del curso). Decide si los siguientes subconjuntos de V son subespacios vectoriales.

   i. El conjunto de todas las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = f(x + 2)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

   ii. El conjunto de todas las funciones polinomiales.

   (Nota: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es polinomial si existen $n + 1$ números reales $a_0, \ldots, a_n$, donde n es un entero no negativo, tal que $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.)

   iii. El conjunto de todas las funciones cuadráticas; es decir, las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que existen constantes $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.