Topologia I, 26.11.96

Tarea num. 13
(Fecha de entrega 2.12.96)

Sea X un espacio topologico y G un grupo actuando por homeomorfismos en X tal que se cumple la siguiente condicion: para cada $x \in X$ existe una vecindad U de x tal que gU y $g'U$ son disjuntos para cualquier $g \neq g'$ en G. Tal accion se llama propiamente discontinua ("properly discontinous"). Puedes suponer en lo siguiente, donde sea necesario, que todos los espacios son arco conexos y localmente arco conexos.

1. Prueba que en este caso la proyeccion $X \to X/G$ es una cubierta regular.

2. Prueba que si X es simplemente conexo entonces G es isomorfo a $\pi_1(X/G)$.

3. Prueba que una accion por homeomorfismos de un grupo finito en un espacio metrico (o mas general, Hausdorff) tal que todos estabilizadores son triviales (ie accion libre) es propiamente discontinua.

4. Sea K un grupo topologico y G un subgrupo discreto. Prueba que la accion de G en K por translaciones (por la derecha o la izquierda) es una accion propiamente discontinua.

5. Prueba que para cualquier cubierta $\tilde{X} \to X$ el grupo de automorfismo de la cubierta actua propiamente discontinuamente en $\tilde{X}$.