

*The Evolution of Galaxies on Cosmological Timescales*  
*ASP Conference Series, Vol. 3 × 10<sup>8</sup>, 1999*  
*J. E. Beckman, and T. J. Mahoney, eds.*

## **Introducción a la Radioastronomía**

Luis F. Rodríguez & Yolanda Gómez

*Instituto de Astronomía, UNAM, Campus Morelia, Apdo. Postal 3-72,  
Morelia, Michoacán 58089, México*

### **Temario**

1. Introducción Histórica. Definiciones Fundamentales.
2. El Radiotelescopio Básico. Transparencia de la Atmósfera.
3. Procesos de Emisión en Continuo. Sincrotrón. Libre-libre. Polvo.
4. Radiogalaxias, Cuasares y Núcleos Activos de Galaxias. Supernovas.
5. Regiones H II. Nebulosas Planetarias. Vientos Ionizados.
6. Núcleos Densos y Discos Protoplanetarios.
7. Radiación Cósmica de Fondo.
8. Interferometría y Formación de Imágenes.
9. Efectos de un Plasma sobre la Transferencia de la Radiación.
10. Pulsares
11. Procesos de Emisión en Línea.
12. Hidrógeno Atómico y Moléculas.
13. Líneas de Recombinación de Radio.
14. Máseres Interestelares y Circunestelares.

Requisitos: Ser alumno del quinto semestre en adelante de la carrera de Físico-Matemáticas.

Bibliografía:

“An Introduction to Radio Astronomy”, B. Burke y F. Graham-Smith, 2000, Cambridge University Press, ISBN 0-521-55454-3.

“Tools of Radio Astronomy”, K. Rohlfs y T. L. Wilson, 2000, Springer-Verlag, ISBN 3-540-66016-X. Tercera edición.

“Introducción a la Física del Medio Interestelar,” R. Estalella y G. Anglada, 1999, Universitat de Barcelona. Segunda edición.

Calificación: Problemas (40%), exámenes parciales (40%), trabajo final (20%). El trabajo final consistirá de una presentación oral, sobre temas que se incluirán en el curso como Regiones H II Ultracompactas, Galaxias Megamáser, Movimientos Superlumínicos, Dispersión por Plasma, Flujos y Chorros en Estrellas Jóvenes, y otros.

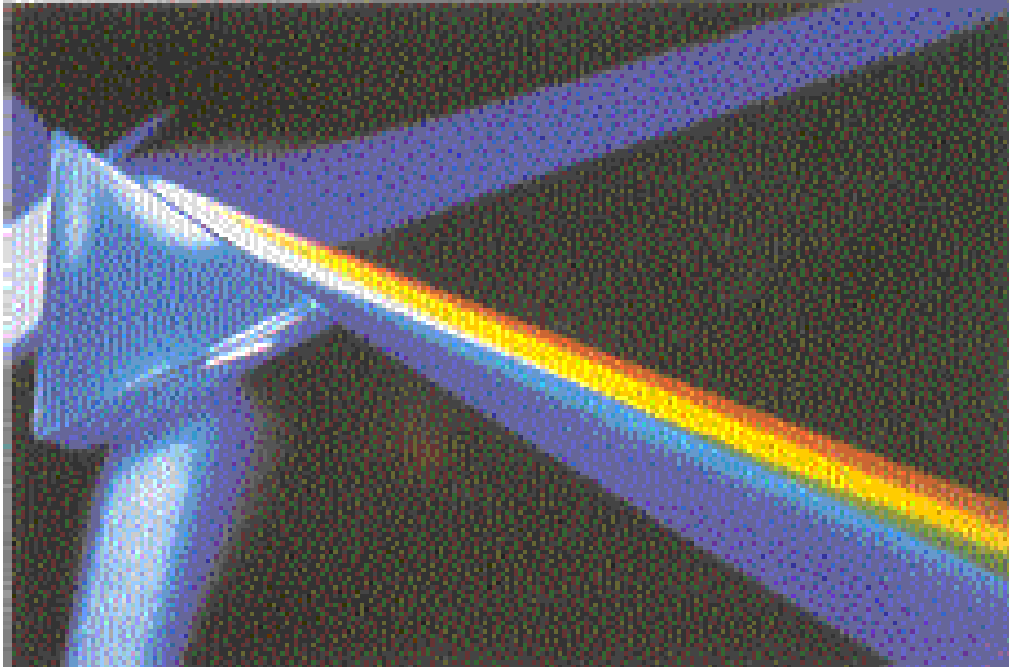


Figure 1. Refracción de la luz óptica producida al pasar por un prisma

## 1. INTRODUCCION HISTORICA

En 1666 Isaac Newton observó como la luz blanca al pasar a través de un prisma de vidrio formaba un arcoiris. Newton demostró así que la luz blanca es una mezcla de distintos tipos de luz que salen del prisma cada uno con un ángulo ligeramente diferente (interpretado por nuestra vista como un color distinto). A mayor longitud de onda menor es su desviación (refracción). De esta manera la luz roja (mayor longitud de onda) ocupa el lugar de menor refracción, mientras que el violeta (menor longitud de onda) ocupa el lugar de mayor refracción (ver Figura 1).

Hacia 1800 William Herschel, al observar el calentamiento que el espectro del sol producía en un termómetro, se dió cuenta de que la luz solar no sólo constaba de un espectro visible sino que incluye longitudes de onda más largas descubriendo así la llamada radiación infrarroja.

En 1801 Wilhelm Ritter, inspirado por el resultado de Herschel, comenzó a investigar la región más allá del extremo violeta. Ritter observó como el ennegrecimiento del cloruro de plata era más rápido cuando lo exponía a la luz invisible proveniente de la región más allá del extremo violeta del espectro. Actualmente a esta región se le conoce como ultravioleta.

La radiación electromagnética es nuestra principal fuente de información en el estudio de los objetos astronómicos. Aún cuando nuestra experiencia cotidiana está restringida a la parte visible del espectro electromagnético, éste se extiende tanto hacia mayores como menores longitudes de onda. La frecuencia de la radiación está relacionada con su longitud de onda por la fórmula:

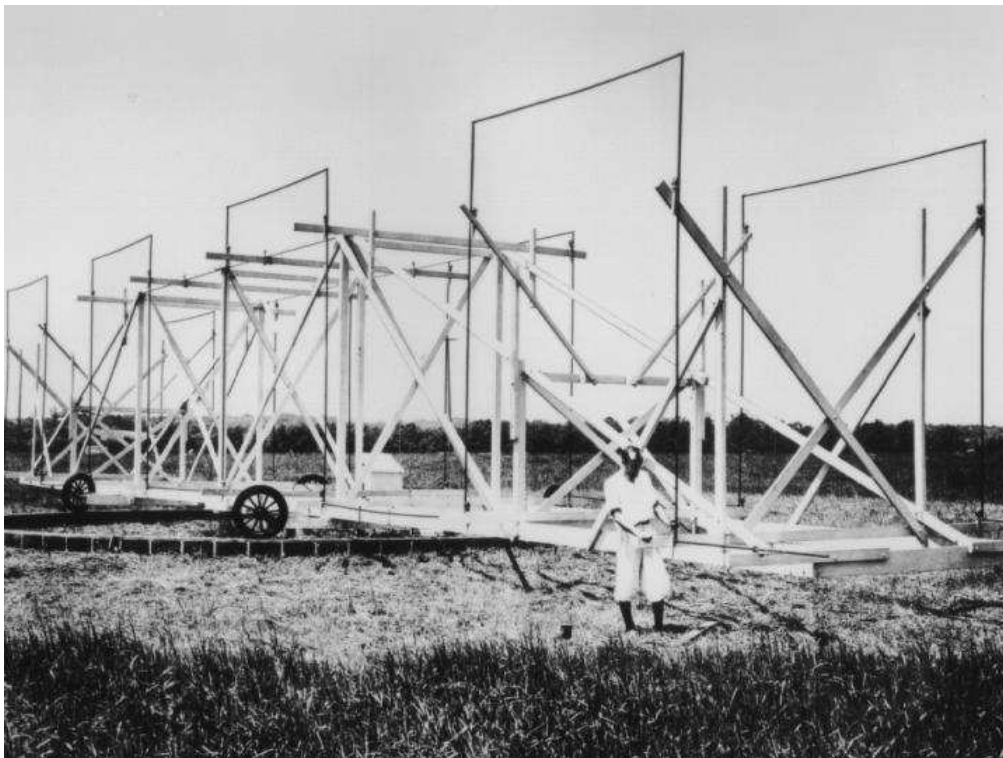


Figure 2. Karl Jansky con la primera antena que detectó señales de radio de nuestra galaxia

$$\lambda\nu = c ,$$

donde:  $\lambda$  es la longitud de onda (cm),  $\nu$  es la frecuencia (Hz= $c/s$ ) y  $c$  es la velocidad de la luz ( $3 \times 10^{10}$  cm s<sup>-1</sup>).

La energía de cada fotón es  $E=h\nu$ ; donde  $h$ = constante de Planck =  $6.63 \times 10^{-27}$  erg s.

Así, mientras más alta es la  $\nu$  (o sea más pequeña la  $\lambda$ ), más energética es la radiación.

Continuando con la historia, en 1865 Maxwell descubre el fenómeno de la radiación electromagnética y encontró que ésta viaja a la velocidad de la luz (en el vacío). En 1888, Hertz demostró experimentalmente la existencia de las ondas de radio. Dejaron de ser necesarios los cables en el sistema de comunicaciones. Bastaba con tener un aparato transmisor y otro receptor para poder comunicarse a grandes distancias.

Los científicos de aquella época esperaban poder recibir alguna señal de radio de los cuerpos celestes, principalmente del sol; sin embargo, todos los intentos resultaron fallidos. No fué sino hasta 1931, en que el físico estadounidense Karl Guthe Jansky descubrió accidentalmente emisión de radio proveniente de una región celeste (ver Figura 2). Jansky se encontraba estudiando el origen de las fuentes de ruido atmosférico que entorpecían la comunicación trasatlántica,

Table 1. Los objetos más brillantes en radio<sup>a</sup>

Objeto	Densidad de Flujo <sup>b</sup> (Jy)
Limite de Jansky	$10^6$
Centro Galáctico	$2 \times 10^7$
Sol activo	$10^7$
Sol quieto	$10^3$
Júpiter <sup>c</sup>	$10^6$
Cygnus A	$3 \times 10^4$
Cas A	$6 \times 10^4$

<sup>a</sup> Solo aquellos objetos con densidad de flujo por arriba de  $10^6$  Jy pudieron ser detectados por Jansky.

<sup>b</sup> a  $\nu=20.5$  MHz.

<sup>c</sup> Pudo haberlo detectado.

para los laboratorios de teléfonos Bell, en New Jersey. Jansky observó radiación que variaba su posición relativa al sol, 4 minutos cada día, al principio no podía entender el origen de esta fuente de ruido. La posición que encontró era  $\alpha=18^h \pm 0.5^h$  y  $\delta=-10^\circ \pm 30^\circ$ . Jansky atribuyó esta radiación a emisión interestelar proveniente del centro galáctico. La identificó correctamente, sin embargo, no supo explicar cuál era el mecanismo que la producía.

Actualmente en radioastronomía la unidad de flujo de radio que se utiliza es conocida como el Jansky (Jy) en honor de Karl Jansky.

$$1 \text{ Jy} = 10^{-23} \text{ erg cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

también se usa el milijansky

$$1 \text{ mJy} = 10^{-3} \text{ Jy} .$$

Jansky estaba operando a  $\nu=20.5$  MHz, o sea  $\lambda=14.6$  m. Su limite de sensibilidad era de  $10^6$  Jy. En la actualidad hay radiotelescopios con sensibilidad de  $10^{-6}$  Jy,  $10^{12}$  veces mejor que el radiotelescopio de Jansky. En la Tabla 1 presentamos la densidad de flujo a  $\nu=20.5$  MHz de los objetos más brillantes en radio.

Jansky publicó sus resultados en 1932 y 1933; sin embargo fueron de poco interés para los astrónomos de aquella época.

En 1937 Grote Reber, radioaficionado interesado en los resultados de Jansky, construye una antena de 9 m de diámetro en el patio trasero de su casa (ver Figura 3), con la que mapeó la emisión de radio de nuestra Galaxia (ver Figura 4).

Reber en un principio creía que la emisión detectada por Jansky era de cuerpo negro y que por lo tanto debería de obedecer la relación (ver §3):

$$S_\nu \propto \nu^2 ,$$

donde  $S_\nu$  es el flujo de la radiación.

Reber construyó receptores a 3,300 y 900 MHz, pero no detectó nada. Finalmente tuvo éxito a 160 MHz. A esta frecuencia la radiación era mucho más débil que la detectada por Jansky a 20.5 MHz. Actualmente, se sabe que la dependencia es,

$$S_\nu \propto \nu^{-0.7} ,$$



Figure 3. Antena de 9 m diseñada y usada por Grote Reber

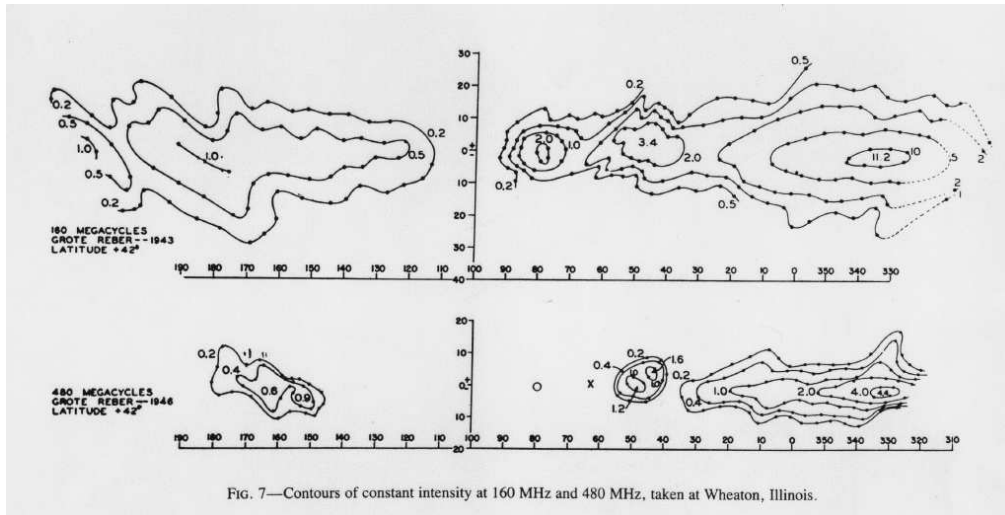


Figure 4. Primeras imágenes de radio de nuestra galaxia hechas por Reber.

característica de la radiación sincrotrónica.

El diseño de antena parabólica de Reber se convirtió en clásico y es usado en la mayoría de los radiotelescopios del mundo y en los equipos de telecomunicación.

Entre las contribuciones más importantes de esta rama a la astronomía están las siguientes:

**1932** JANSKY descubre emisión de radio proveniente del Centro Galáctico (P.I.R.E. **21**, 1387 (1933)).

**1942** HEY descubre emisión no térmica del sol (Nature **157**, 47 (1946)).

**1944** VAN DE HULST predice la detectabilidad de la línea de 21 cm del hidrógeno neutro.

**1946** HEY, PARSONS, y PHILLIPS descubren la primera fuente de radio discreta (Cygnus A) (Nature **158**, 234 (1946)).

**1951** EWEN y PURCELL detectan la línea de 21 cm del hidrógeno neutro (H I) (Nature **168**, 356 (1951)).

**1958** OORT, KERR, WESTERHOUT presentan un mapa de la distribución galáctica del H I (MNRAS **118**, 379 (1958)).

**1963** GREENSTEIN y MATTHEWS, descubrimiento de los cuasares (Nature **197**, 1041 (1963)).

**1965** PENZIAS y WILSON descubren la radiación fósil de 3°K (ApJ **142**, 419).

**1965** WEAVER *et al.* primera detección de emisión molecular (OH) (Nature **208**, 29 (1965)).

**1968** HEWISH, BELL, PILKINGTON, SCOTT, COLLINS descubren los pulsares (Nature **217**, 709 (1968)).

**1975** HULSE y TAYLOR detección del primer pulsar binario (ApJ, **195**, L51).

**1992** SMOOT, G.F. *et al.* descubrimiento de estructura en la radiación de fondo (ApJ, **396**, L1).

**1994** MIRABEL y RODRIGUEZ primera detección de movimientos superlumínicos en una fuente galáctica (GRS 1915+105) (Nature, **371**, 46).

La radioastronomía también ha contribuido a enriquecer nuestro conocimiento de los objetos previamente estudiados a otras frecuencias como las regiones H II, las supernovas, ciertos tipos de estrellas, y las galaxias normales. También, la radioastronomía ha podido estudiar regiones y objetos que están muy oscurecidos por polvo interestelar, puesto que la sección recta del polvo a las frecuencias de radio es prácticamente despreciable.

BANDA	RADIO	IR	VISIBLE	UV	RAYOS X	RAYOS $\gamma$
SE OBSERVA DESDE	TIERRA	ESPACIO	TIERRA	ESPACIO		
OPACIDAD POLVO	BAJA	MEDIA	ALTA	MEDIA	BAJA	

Figure 5. Espectro electromagnético

## 2. TRANSPARENCIA DE LA ATMOSFERA

El espectro electromagnético está dividido en seis regiones: radio, infrarrojo, visible, ultravioleta, rayos-X y rayos- $\gamma$  (ver Figura 5). La astronomía observacional se ha desarrollado tremendamente en los últimos 50 años, y hoy se hace investigación en **todas** las regiones del espectro.

Solo las regiones visible y de radio, así como partes de la infrarroja son observables desde la superficie de la Tierra puesto que la atmósfera absorbe a las otras radiaciones. Las otras astronomías se tienen que hacer desde globos o satélites.

En la Figura 6 se muestran las principales bandas de absorción molecular en la atmósfera. En la figura 7 mostramos una gráfica de la longitud de onda como función de la opacidad para todo el espectro electromagnético. Las zonas sombreadas corresponden a la radiación que es absorbida por la atmósfera y no llega a la superficie de la Tierra como es el caso de los rayos X, rayos  $\gamma$ , ultravioleta y parte de la radiación infrarroja.

La radioastronomía se hace en la ventana espectral definida por,

$$2 \text{ MHz} \leq \nu \leq 300 \text{ GHz}$$

$$150 \text{ m} \geq \lambda \geq 1 \text{ mm}$$



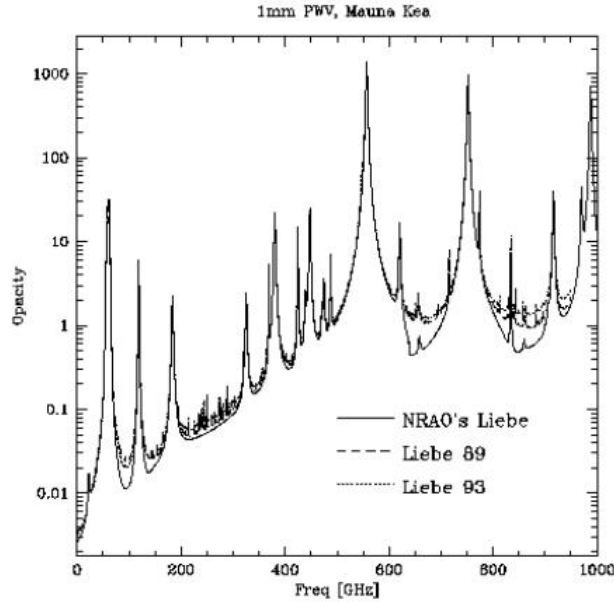


Figure 6. Absorción de la atmósfera como función de la frecuencia.

(1 MHz =  $10^6$  Hz; 1 GHz =  $10^9$  Hz).

Esta ventana está limitada a bajas frecuencias por reflexión de la ionósfera y a altas frecuencias por la absorción molecular ( $\text{H}_2\text{O}$  y  $\text{O}_2$ ) causada por la troposfera (Parte baja de la atmósfera entre 0 y  $\sim 10$  km de altura).

*Ionosfera:* Región de gas ionizado a una altura de  $\geq 80$  km creada por la radiación UV y de rayos-X del Sol. Las capas de la ionosfera se comportan como un plasma y su índice de refracción  $n$ , está dado por:

$$n^2 = 1 - \frac{\nu_p^2}{\nu^2}$$

donde  $\nu_p$  es la frecuencia natural del plasma en la ionosfera y esta dado por:

$$\nu_p = \left[ \frac{n_e e^2}{\pi m} \right]^{1/2}$$

donde  $n_e$  es la densidad electrónica del plasma en unidades de  $\text{cm}^{-3}$ ,  $e$  es la carga del electrón ( $4.8 \times 10^{-10}$  ESU), y  $m$  es la masa del electrón ( $9.1 \times 10^{-28}$  g).

La frecuencia del plasma en la ionosfera es  $\nu_p < 12$  MHz ;  $\lambda > 25$  m. Esto significa que toda la radiación con  $\nu < \nu_p$  es reflejada por la ionosfera. Ejemplo: la radio AM  $\sim 900$  KHz no logra salir de la atmósfera, en cambio la radio FM si.

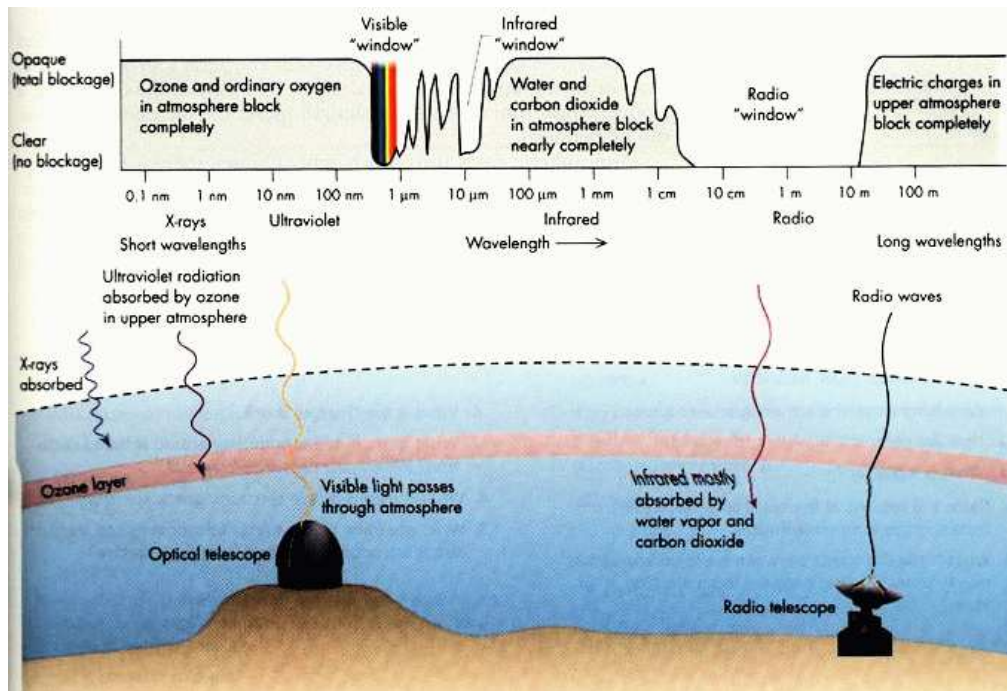


Figure 7. Transparencia de la atmósfera.

Table 2. La radio comercial

Banda	Frecuencia	Longitud de onda
Radio AM	530 a 1600 kHz	560 m a 180 m
Radio FM	90 a 108 MHz	3 m

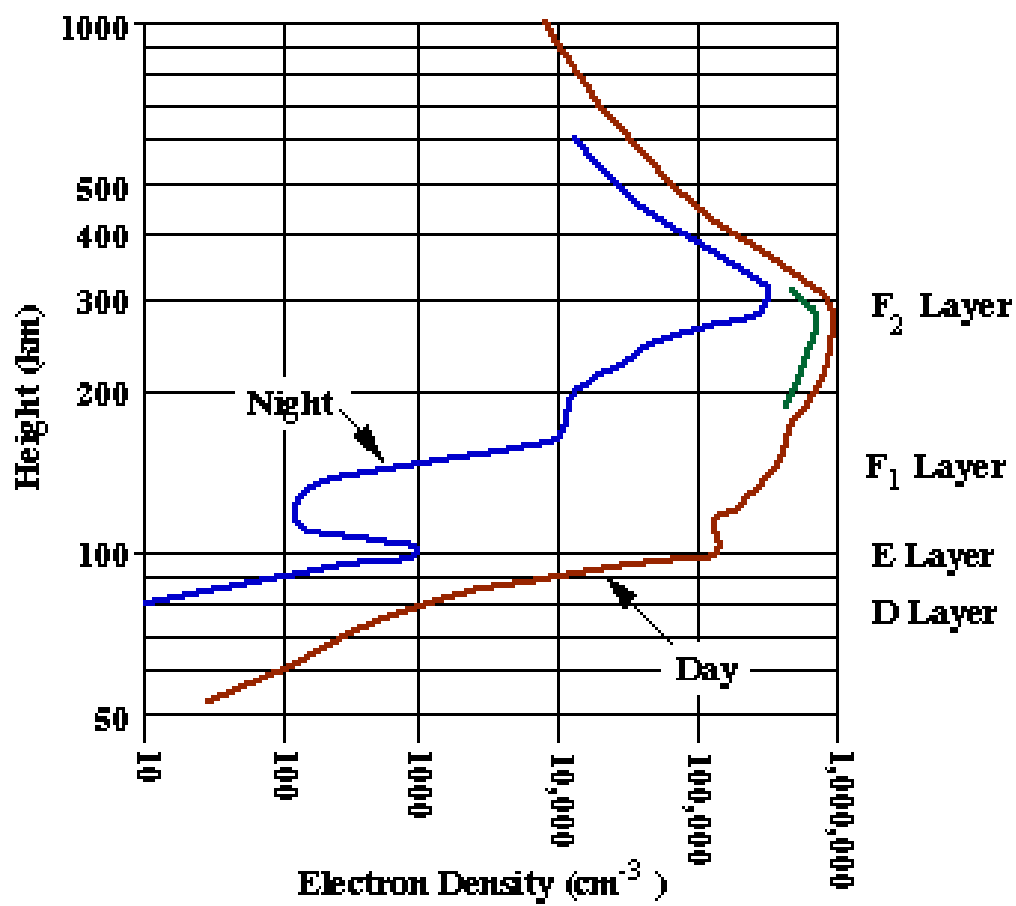


Figure 8. Efecto día-noche en la atmósfera de la Tierra.

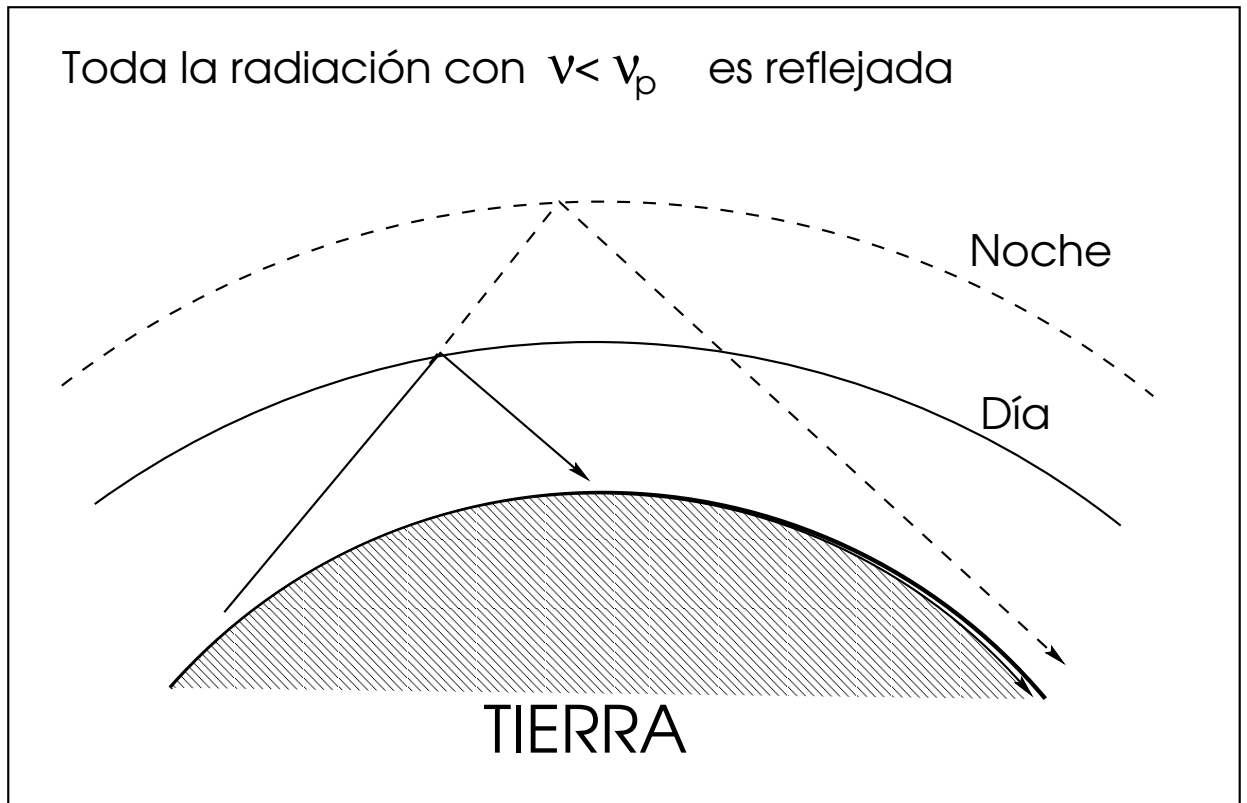


Figure 9. La radio AM es reflejada en la ionosfera y por las noches puede llegar a distancias mucho mayores que durante el día.

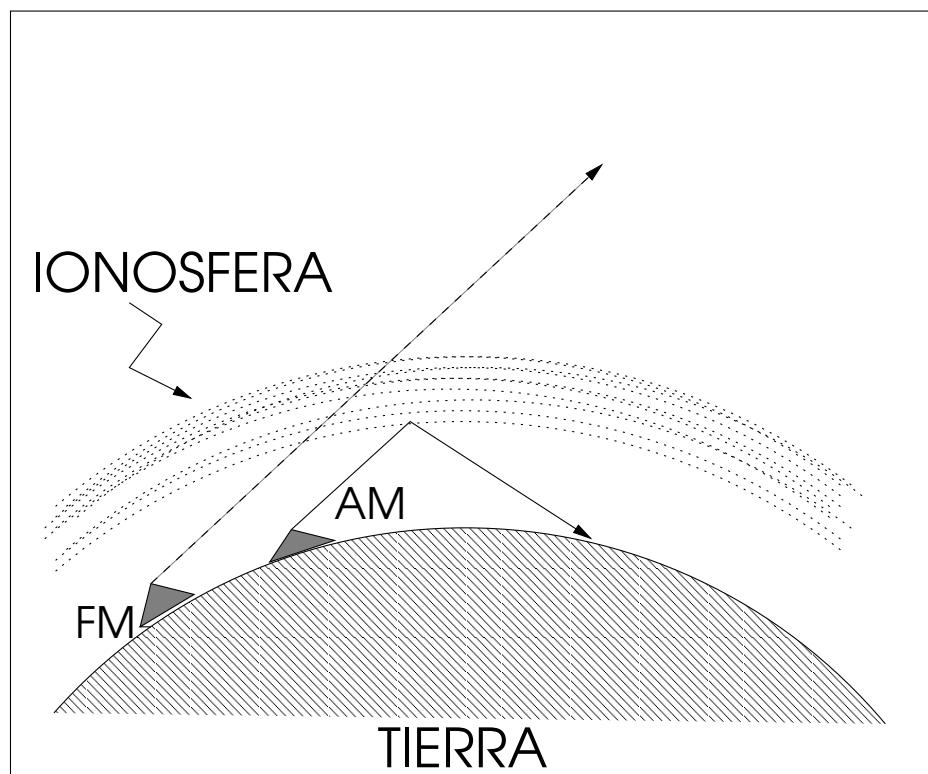


Figure 10. Las ondas de radio FM o de onda corta escapan de la ionosfera y se pueden recibir solo estaciones locales. La radio AM se puede escuchar desde estaciones muy lejanas debido a que se refleja en la ionosfera.

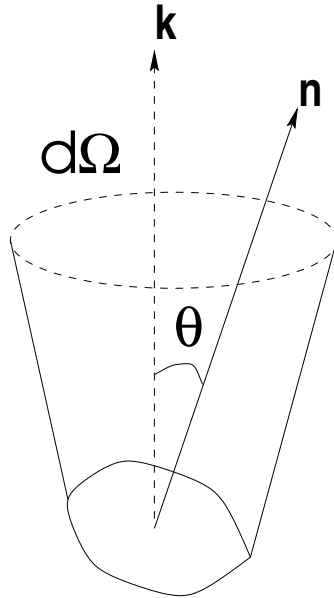


Figure 11. Figura que ilustra la definición de brillo. La normal  $\mathbf{n}$  forma un ángulo  $\theta$  con la dirección considerada  $\mathbf{k}$ .

### 3. DEFINICIONES BASICAS

La radiación electromagnética en la ventana de radio es un fenómeno ondulatorio, pero cuando la escala del sistema es mucho mayor que la longitud de onda, podemos considerar que la radiación viaja en línea recta como en "rayos".

**Intensidad o Brillo:** El campo de radiación queda descrito por la intensidad de la radiación o brillo. La intensidad  $I_\nu$ , será función de la posición  $\mathbf{r}$ , de la dirección dada por el vector unitario  $\mathbf{k}$  y del tiempo  $t$ . De esta manera la energía por unidad de tiempo que atraviesa por unidad de area perpendicular a la dirección  $\mathbf{k}$ , centrada en la posición  $\mathbf{r}$ , transportada por la radiación que se propaga por unidad de angulo sólido  $d\Omega$ , y por unidad de frecuencia es,

$$dE = I_\nu dt dA \cos\theta d\Omega d\nu$$

Las unidades de la intensidad son:  $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{str}^{-1} \text{Hz}^{-1}$ ).

Una propiedad fundamental de la intensidad es que esta **no varía con la distancia**.

Para demostrar esto, consideremos las áreas  $dA$  y  $dA'$ . La energía que atraviesa a  $dA$  por unidad de tiempo, dentro del ángulo sólido  $d\Omega$  definido por  $dA'$  y el intervalo de frecuencia  $d\nu$  es,

$$dE = I_\nu dt dA d\Omega d\nu$$

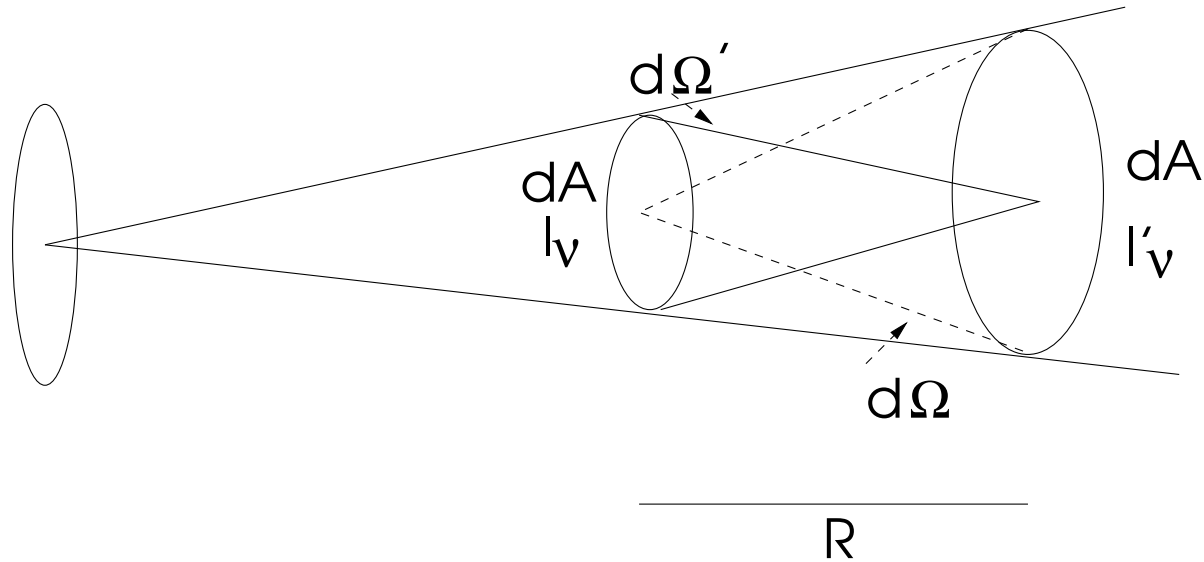


Figure 12. Diagrama ilustrativo que muestra que la intensidad no cambia con la distancia.

(Estamos considerando el caso más sencillo donde ambas áreas son paralelas  $\theta=0$  por lo tanto  $\cos\theta=1$ ).

Esta energía atraviesa  $dA'$ , por lo tanto, tiene que ser igual a la energía recibida por  $dA$  dentro del ángulo sólido  $d\Omega'$  definido por  $dA$ , en el mismo intervalo de frecuencia,

$$dE' = I'_\nu dt dA' d\Omega' d\nu$$

es decir,

$$dE = dE'$$

Si la distancia entre  $dA$  y  $dA'$  es  $R$ , entonces los ángulos sólidos serán:  $d\Omega' = dA/R^2$ ;  $d\Omega = dA'/R^2$  de tal manera que,

$$dE = I_\nu dt dA \frac{dA'}{R^2} d\nu$$

y

$$dE' = I'_\nu dt dA' \frac{dA}{R^2} d\nu$$

por lo tanto nos queda que  $I_\nu = I'_\nu$ .

**Densidad de Flujo:** La densidad de flujo,  $S_\nu$ , es el flujo de energía que atraviesa por unidad de tiempo, por unidad de área por unidad de frecuencia. Por lo tanto, es la **intensidad integrada para todas las direcciones**, teniendo en cuenta el factor de proyección del área perpendicular a la dirección considerada,  $\cos\theta$ ,

$$S_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \cos\theta d\Omega,$$

Cuando se quiere estimar la densidad de flujo de una fuente discreta, el dominio de integración es mucho menor que  $4\pi$  y se puede prescindir del factor  $\cos\theta$ ,

$$S_\nu = \int_{fuente} I_\nu d\Omega,$$

donde  $d\Omega$  es el ángulo sólido ocupado por la fuente. Las dimensiones de la densidad de flujo son  $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ Hz^{-1}$ . Como hemos visto la unidad práctica es el Jansky (Jy).

**Luminosidad específica:** La luminosidad específica a la frecuencia  $\nu$  de una fuente situada a una distancia  $D$  del observador se obtiene integrando su densidad de flujo para una superficie esférica de radio  $D$ .

$$L_\nu = 4\pi\ D^2\ S_\nu.$$

las dimensiones de la luminosidad específica son  $erg\ s^{-1}\ Hz^{-1}$ .

**Ley del inverso cuadrado:** Si consideramos una estrella la cual produce una cantidad determinada de energía,  $L$  (llamada luminosidad), y esta rodeada por una esfera de radio  $r$ . Al poner otras esferas con radios sucesivos más grandes la cantidad de energía que cruza por estas esferas se conserva, pero la densidad de flujo en cambio disminuye como el inverso cuadrado de la distancia.

$$Flujo = \frac{L}{4\pi\ r^2}$$

(las unidades del flujo son  $erg\ s^{-1}\ cm^{-2}$ ).

**Cuerpo Negro** Existen muchos procesos que pueden producir energía, por ejemplo cambio de niveles electrónicos en el átomo, etc. Estos procesos producirán diferentes espectros en el sentido de función de  $I_\nu$  vs.  $\nu$ . Por ello se ha considerado que todos los procesos que ocurren bajo equilibrio termodinámico a una temperatura  $T$  producen el mismo espectro "Universal" llamado el espectro de Planck o de cuerpo negro.

$$I_\nu = B_\nu(T)$$

Imaginemos un recipiente con gas a temperatura  $T$  y no dejaremos que entre ni salga radiación hasta que se alcance el equilibrio (ver Figura 13). Si pudieramos hacer un pequeño hoyo y medir la radiación dentro sin producir disturbios dentro del recipiente, veriamos la radiación de cuerpo negro. El espectro de Planck o de cuerpo negro es muy importante en astrofísica porque muchos objetos los vemos en (o muy cerca de) equilibrio térmico.

Ejem: La superficie del Sol es aproximadamente un cuerpo negro emitiendo a  $5770^\circ K$ .

Ejem: La radiación de fondo de  $2.73^\circ K$  es el remanente del "big-bang" y se considera hasta el momento el caso más cercano a un cuerpo negro.



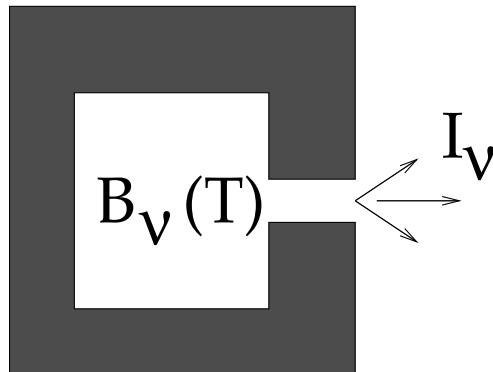


Figure 13. Recipiente con gas termalizado a la temperatura  $T$  que emite como cuerpo negro

**Ley de Planck** La distribución espectral de la radiación de cuerpo negro esta dada por la Ley de Planck.

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (3.1)$$

También es posible ponerla en función de la longitud de onda,

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Para obtener el brillo total de la radiación de cuerpo negro se integra la ecuación (3.1)

$$B_\nu = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

obteniendo la **Ley de radiación de Stefan-Boltzmann** la cual fue encontrada experimentalmente en 1879 por Stefan y derivada teoricamente por Boltzmann en 1884:

$$B(T) = \sigma T^4$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann,

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$$

( $\sigma = 5.6697 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$ ).

Ejem: El Sol es una esfera de radio  $7.0 \times 10^{10}$  cm, tiene una temperatura de  $5770^\circ\text{K}$ . Cuál es su Luminosidad?

$$L = 4\pi r^2 F = 4\pi r^2 \sigma T^4$$

$$L_{\odot} = 3.9 \times 10^{33} \text{ erg/s}$$

**Propiedades de la Ley de Planck** Existen dos casos limite a la ecuación de Planck:

i)  $h\nu \ll kT$ : **Ley de Rayleigh-Jeans**. Para este caso usando la ecuación (3.1) podemos expandir el termino de la exponencial como,

$$\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 = \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

de esta manera se obtiene:

$$I_{\nu}^{RJ}(T) = \frac{2\nu^2}{c^2} kT.$$

note que este resultado no contiene la constante de Planck.

ii)  $h\nu \gg kT$ : **Limite de Wien**. En este caso el brillo cae exponencialmente,

$$I_{\nu}^W(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT}}$$

**Ley de desplazamiento de Wien**. Obteniendo el máximo para la ecuación (3.1), osea  $\delta B_{\nu}/\delta\nu = 0$  se deriva la siguiente,

$$h\nu_{max} = 2.82 kT$$

o bien substituyendo las constantes,

$$\frac{\nu_{max}}{T} = 5.88 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$$

Significa que la frecuencia pico del cuerpo negro se corre linealmente con la temperatura. También se puede hacer algo similar para obtener la longitud de onda máxima en la función de cuerpo negro osea  $\delta B_{\lambda}/\delta\lambda = 0$  se obtiene,

$$\lambda_{max} T = 0.290 \text{ cm K}$$

.

Ejem: Para el caso del Sol que emite a una temperatura de  $5770^{\circ}\text{K}$ , la  $\lambda_{max}$  es de  $5000 \text{ \AA}$ .

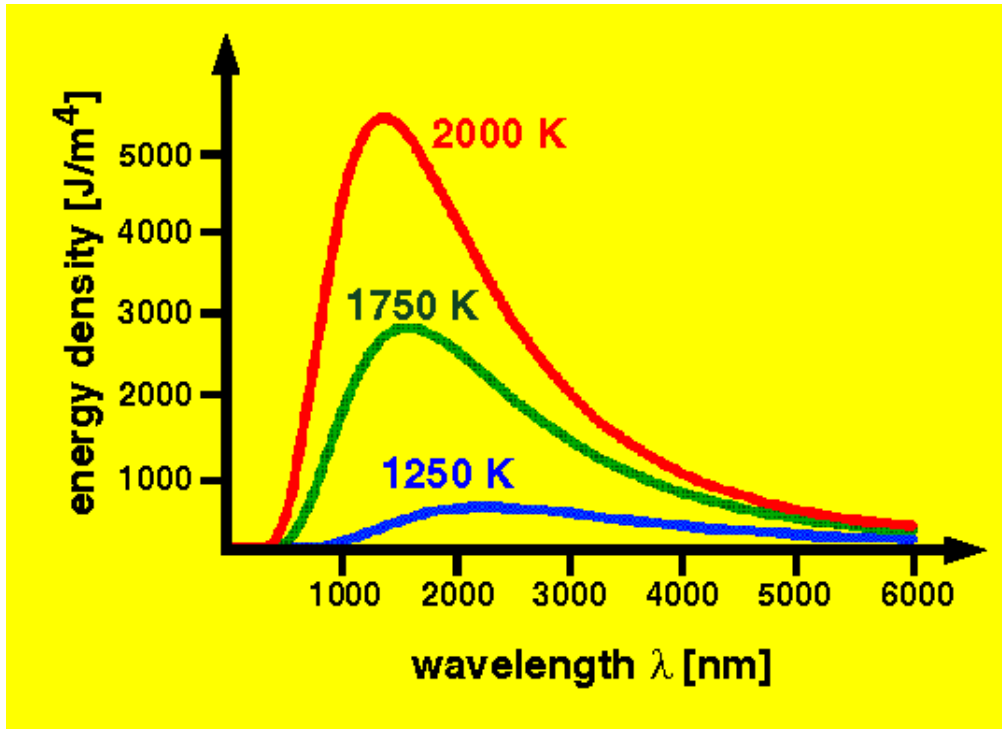


Figure 14. Espectro de radiación de cuerpo negro para distintas temperaturas

#### 4. LA ECUACION DE TRANSPORTE RADIATIVA

Supóngase un rayo de radiación que atraviesa una región plano-paralela conteniendo gas que interacciona con la radiación:

$I_\nu(0)$  = Intensidad de la radiación incidente

$I_\nu$  = Intensidad de la radiación saliente

$L$  = Espesor físico de la región

Las características del gas están definidas por  $j$  y  $k$ ,

$$j_\nu = \text{coeficiente de emisividad } (erg \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1})$$

$$k_\nu = \text{coeficiente de absorción } (cm^{-1})$$

La forma diferencial de la ecuación de transporte es:

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -k_\nu I_\nu + j_\nu, \quad (4.1)$$

donde  $dl$  = diferencial de la distancia recorrida.

Definiendo el espesor óptico como:

$$\tau_\nu = k_\nu L, \text{ o sea}$$

$$d\tau_\nu = k_\nu dl$$

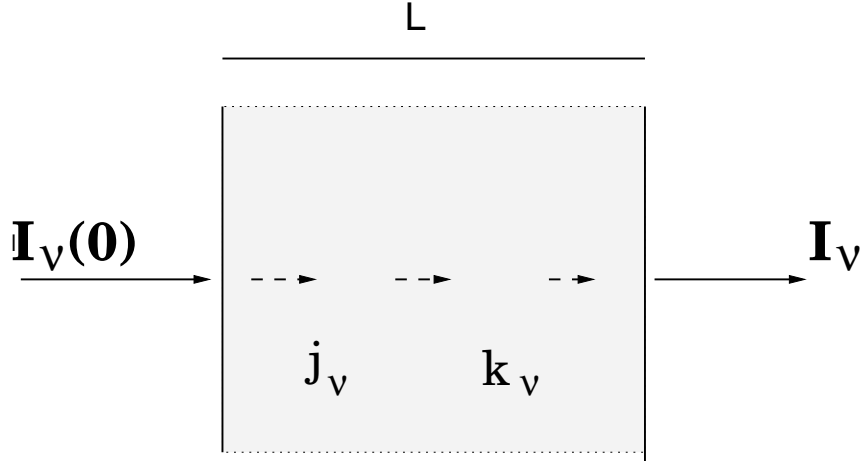


Figure 15. Diagrama que ilustra una región plano-paralela

podemos substituir en (4.1):

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + \frac{j_\nu}{k_\nu}.$$

Definiendo la función fuente como,  $F_\nu = j_\nu/k_\nu$  nos queda lo siguiente;

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + F_\nu. \quad (4.2)$$

La forma integral de (4.2) es:

$$I_\nu = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu} + F_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}). \quad (4.3)$$

El lado izquierdo de esta forma integral de la ecuación de transporte, corresponde a la intensidad medida por el radiotelescopio (o de manera mas general por el detector respectivo porque la ecuación es valida para cualquier parte del espectro electromagnético). Esta intensidad se calibra comparándola con la intensidad que emite una cavidad (cuerpo negro) a una temperatura conocida, digamos la temperatura ambiente,  $\sim 300$  K.

Este proceso de calibración para determinar la intensidad de un objeto cósmico consta de tres pasos:

**1)** El radiotelescopio apunta a una región del cielo que se conoce no tiene ninguna fuente discreta. En esta situación contribuyen a la señal medida la radiación fósil de 3K, la radiación de la atmósfera terrestre, y el ruido propio del receptor. Como estas señales están siempre presentes, se toma este nivel como nivel cero, aún cuando hay señal presente.

**2)** Se quita la compuerta de microondas que tapa al cuerpo negro y ahora la señal está constituida por la radiación fósil de 3K, la radiación de la atmósfera terrestre, la contribución del calibrador, y el ruido del receptor.

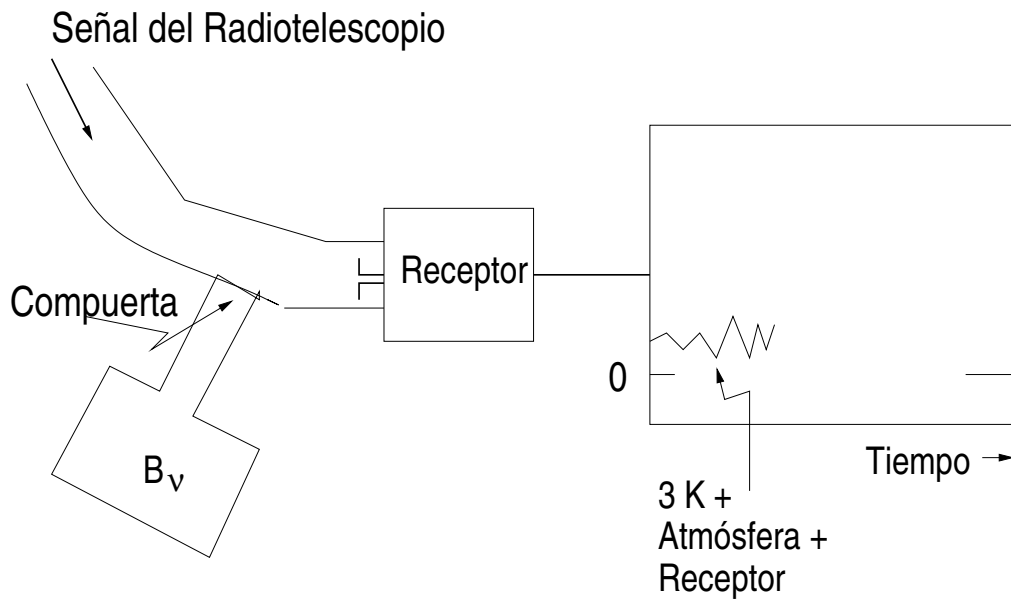


Figure 16. Primer paso para determinar la intensidad de un objeto cósmico

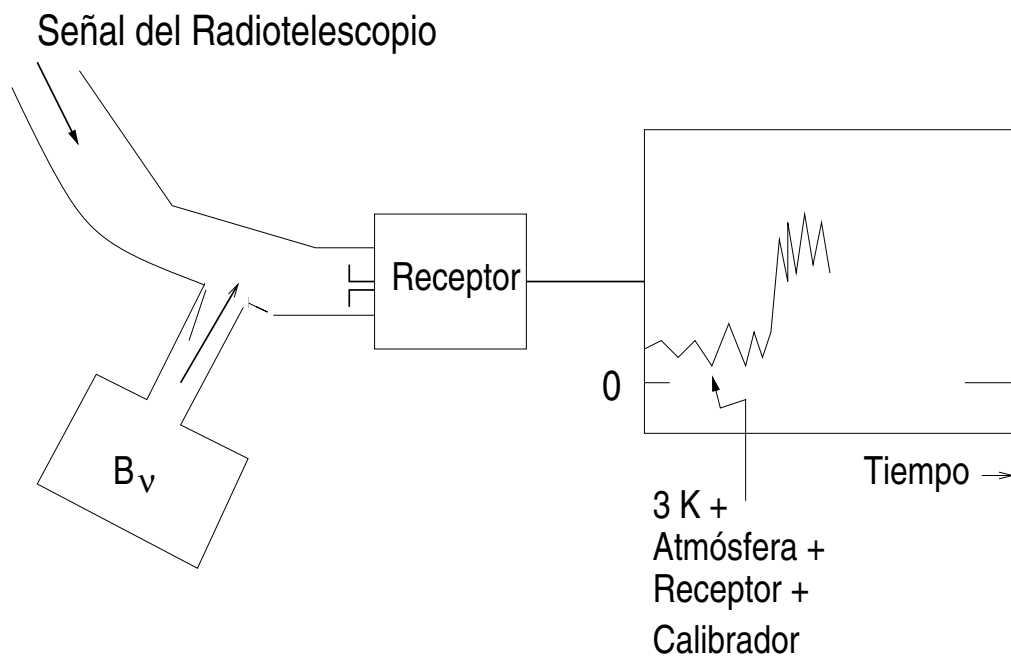


Figure 17. Segundo paso para determinar la intensidad de un objeto cósmico

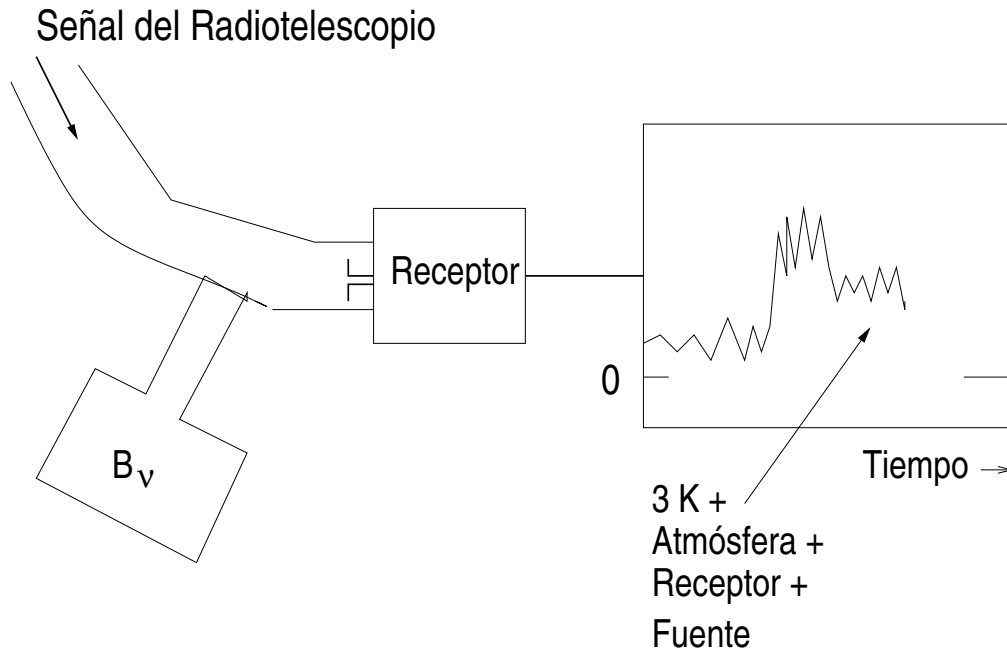


Figure 18. Tercer paso para determinar la intensidad de un objeto cósmico

**3)** Se vuelve a cerrar la compuerta del calibrador y se mueve el telescopio apuntándolo a la fuente de interés. Ahora la señal está constituida por la radiación de 3K, la radiación de la fuente cósmica, la contribución de la atmósfera terrestre, y el ruido del receptor.

Una vez hechos estos tres pasos regresamos al punto del cielo (punto de referencia) sin fuente, el radiotelescopio habrá registrado lo siguiente (generalmente esto se registra digitalmente en cinta o disco magnético pero aquí lo ponemos en rollo de papel por razones didácticas):

El exceso de señal sobre el nivel cero debido a la fuente se compara con el exceso debido al calibrador. Supongamos que la señal de la fuente cósmica es una fracción (por ejemplo, 0.5) de la señal del calibrador. ¿Cuál es la manera más directa de cuantificar la señal de la fuente cósmica? Resulta que la manera más conveniente es en términos de la temperatura de brillo del objeto, aún cuando a veces esta temperatura no tiene sentido físico directo. Esta definición viene de que el calibrador es un cuerpo negro a una temperatura  $T_{CAL}$ , o sea que su intensidad está dada por

$$I_\nu(CAL) = B_\nu(CAL) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{[\exp(h\nu/kT_{CAL}) - 1]}$$

En la región de radio  $h\nu \ll kT_{CAL}$  y nos queda que (aproximación de Rayleigh-Jeans):

$$I(CAL) = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_{CAL}$$

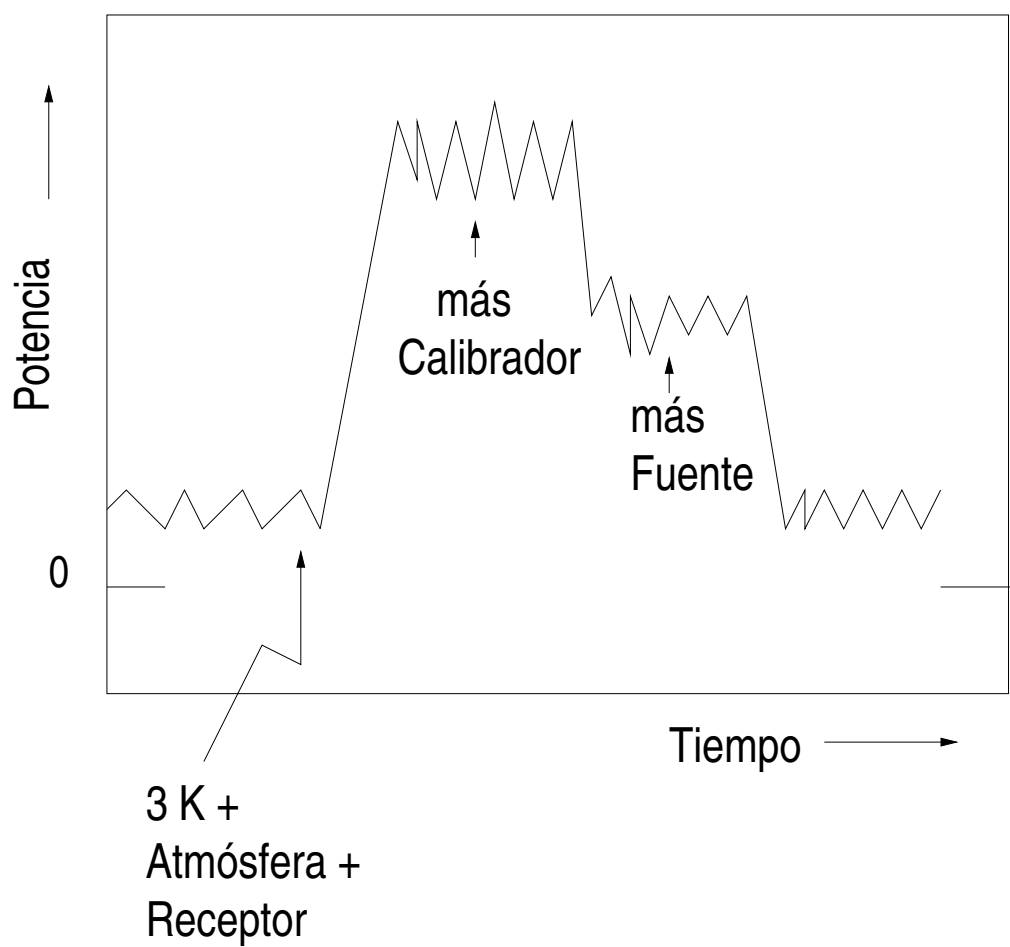


Figure 19. Resumen de la potencia detectada por el radiotelescopio después de observar la fuente cósmica y el calibrador.

O sea que la intensidad de radiación del calibrador es directamente proporcional a su temperatura. Por esto, se define arbitrariamente una temperatura de brillo de la fuente

$$T_B = \frac{I_\nu(FUENTE)c^2}{2k\nu^2}$$

*independientemente* de si  $I_\nu(CIELO)$  es de cuerpo negro o no y de si  $h\nu \ll kT_B$ . Por supuesto si las dos condiciones se cumplen  $T_B$  es la temperatura de la fuente cósmica observada. La ecuación de transporte queda

$$T_B = \frac{I_\nu(0)}{(2k\nu^2/c^2)}e^{-\tau_\nu} + \frac{F\nu}{(2k\nu^2/c^2)}(1 - e^{-\tau_\nu}). \quad (4.4)$$

Ahora definimos la temperatura de la radiación de fondo  $T_{bg}$  (bg por background) y la temperatura de excitación,  $T_{ex}$ , como:

$$T_{bg} = \frac{I_\nu(0)}{(2k\nu^2/c^2)}, \quad (4.5)$$

$$T_{ex} = \frac{F\nu}{(2k\nu^2/c^2)}. \quad (4.6)$$

De nuevo, en el caso de que  $I_\nu(0)$  sea un cuerpo negro y  $h\nu \ll kT_{bg}$ , tendremos que  $T_{bg}$  será la temperatura de la fuente cósmica que produce el fondo. Por ejemplo, la radiación fósil de 3K es de cuerpo negro y cumple esto.

Finalmente, discutamos  $T_{ex}$ . En general, uno creería que  $F\nu = j_\nu/k_\nu$  sería una función cualquiera. ¿Por qué suponer que en ciertos casos sería un cuerpo negro? La respuesta es que esto es válido por la ley de Kirckhoff, que dice que un gas en equilibrio termodinámico a una temperatura de excitación  $T_{ex}$ , cumple  $j_\nu/k_\nu = B_\nu(T_{ex})$

Esto se puede probar así. Supongamos que radiación de cuerpo negro viaja por este gas en equilibrio. Como gas y radiación están en equilibrio, el gas absorbe tanta radiación como emite o sea que

$$\frac{dI_\nu}{dl} = -I_\nu k_\nu + j_\nu = 0, \text{ o sea}$$

$$I_\nu k_\nu = j_\nu$$

y como  $I_\nu = B_\nu$  obtenemos que  $j_\nu/k_\nu = B_\nu$ .

A la temperatura que caracteriza al gas se le llama temperatura de excitación.

Usando las definiciones anteriores, la ecuación de transporte queda

$$T_B = T_{bg}e^{-\tau_\nu} + T_{ex}(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (4.7)$$

y ésta es la forma empleada por los radioastrónomos.

Como un ejemplo podemos calcular la temperatura de brillo que “ve” un radiotelescopio proveniente de la radiación de 3K y de la atmósfera terrestre. Tomamos  $T_{bg} = 3K$ , la atmósfera puede considerarse en equilibrio termodinámico,



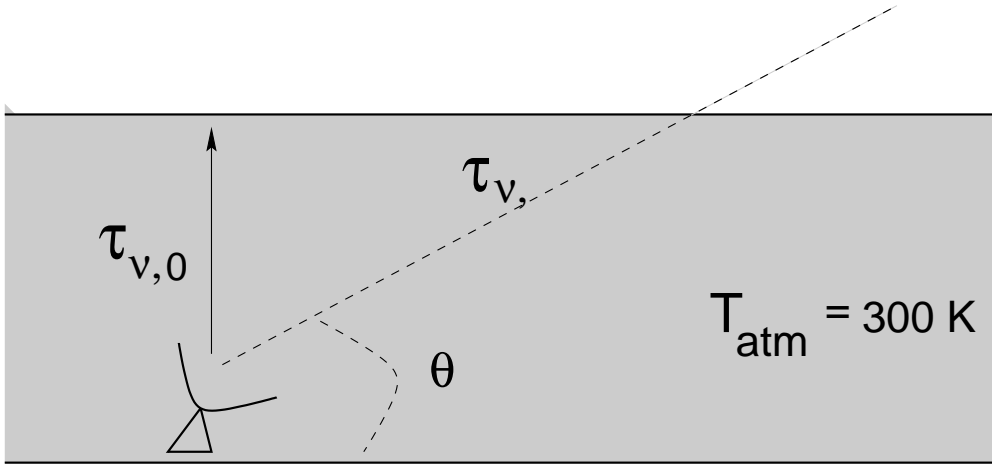


Figure 20. Tercer paso para determinar la intensidad de un objeto cósmico

o sea que  $T_{ex} = T_{atm} = 300K$ . A la frecuencia de 22.2 GHz, la opacidad en el cenit es típicamente,  $\tau_{\nu,0} = 0.1$ . A una elevación cualquiera la opacidad de la atmósfera será,

$$\tau_{\nu} = \frac{\tau_{\nu,0}}{\text{Sen } \theta} = \tau_{\nu,0} \text{ csc } \theta,$$

donde  $\theta$  es el ángulo de elevación.

Haciendo los cálculos obtenemos los valores listados en la Tabla 3.

A elevación de  $0^\circ$  la profundidad óptica de la atmósfera se hace infinita (por la suposición de geometría plano-paralela) y obtenemos  $T_B = T_{ex} = 300K$ , como si observáramos un cuerpo negro de 300K.

### FLUJO DE RADIACION = LA INTEGRACION DE LA INTENSIDAD SOBRE UN ANGULO SOLIDO.

La intensidad (o la temperatura de brillo  $T_B$ ) son variables que se refieren a un punto en el objeto observado. Los radiotelescopios y demás detectores astronómicos en realidad “ven” una región finita en el cielo, lo que llamamos un **ángulo sólido**.

Table 3. Profundidad óptica de la atmósfera

$\theta$ ( $^\circ$ )	$\tau_{\nu}$	$T_{bg}e^{-\tau_{\nu}}$ ( $^\circ K$ )	$T_{ex}(1 - e^{-\tau_{\nu}})$ ( $^\circ K$ )	$T_B$ ( $^\circ K$ )
90	0.10	2.7	28.6	31.3
60	0.12	2.7	33.9	36.6
30	0.20	2.5	54.4	56.9
0	$\infty$	0	300.0	300.0

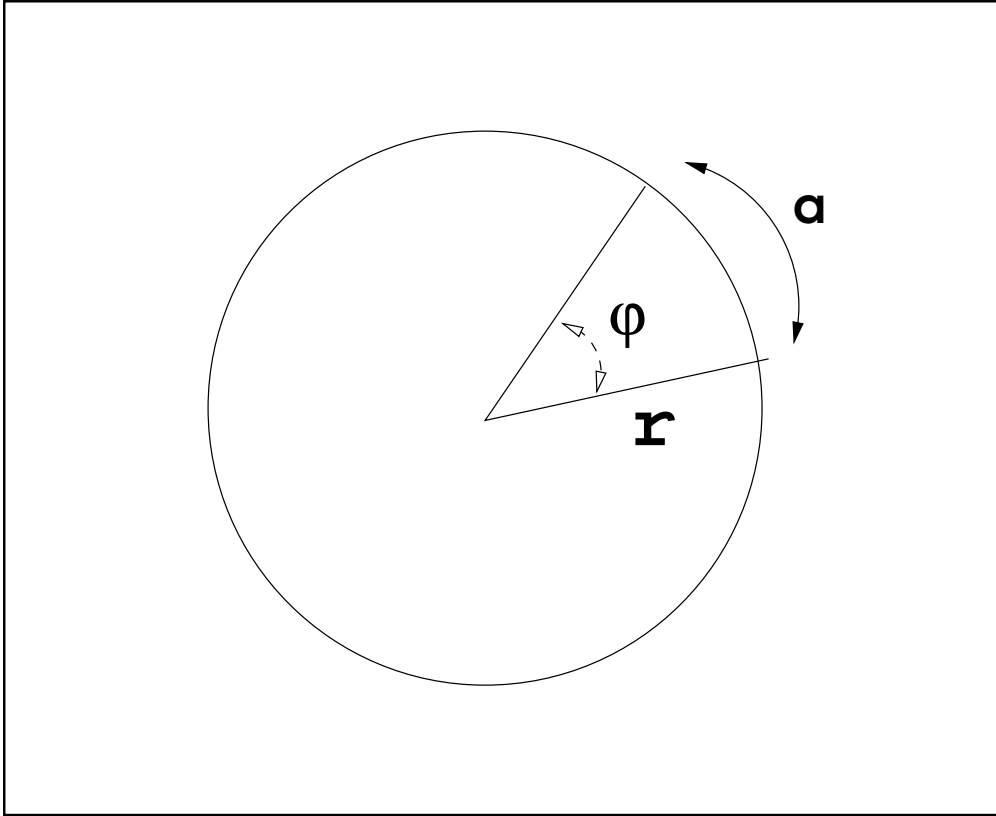


Figure 21. Diagramas ilustrativos para el ángulo plano

El ángulo plano se puede dar en grados o en radianes mediante la igualdad.  $360^\circ = 2\pi$  radianes.

Por definición, la longitud del arco subtendido por el ángulo  $\phi$  es igual al producto del radio del círculo por el ángulo en radianes (ver Figura 21):

$$a = r\phi$$

Por otra parte, el ángulo sólido se da en esteradianes (ver Figura 22). El ángulo sólido ocupado por toda la superficie esférica celeste es de  $4\pi$  esteradianes. Por lo tanto, el ángulo sólido multiplicado por el radio al cuadrado da el área ocupada por el ángulo sólido considerado  $A = r^2 \Omega$

Es fácil demostrar que el ángulo sólido de un casquete esférico cuyo diámetro subtende un ángulo  $\phi$  está dado por

$$\Omega = 2\pi\left[1 - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right]$$

Ya definido el ángulo sólido podemos definir al flujo de radiación,  $S_\nu$ , como la integración de la intensidad de radiación sobre el ángulo ocupado por la fuente cósmica:

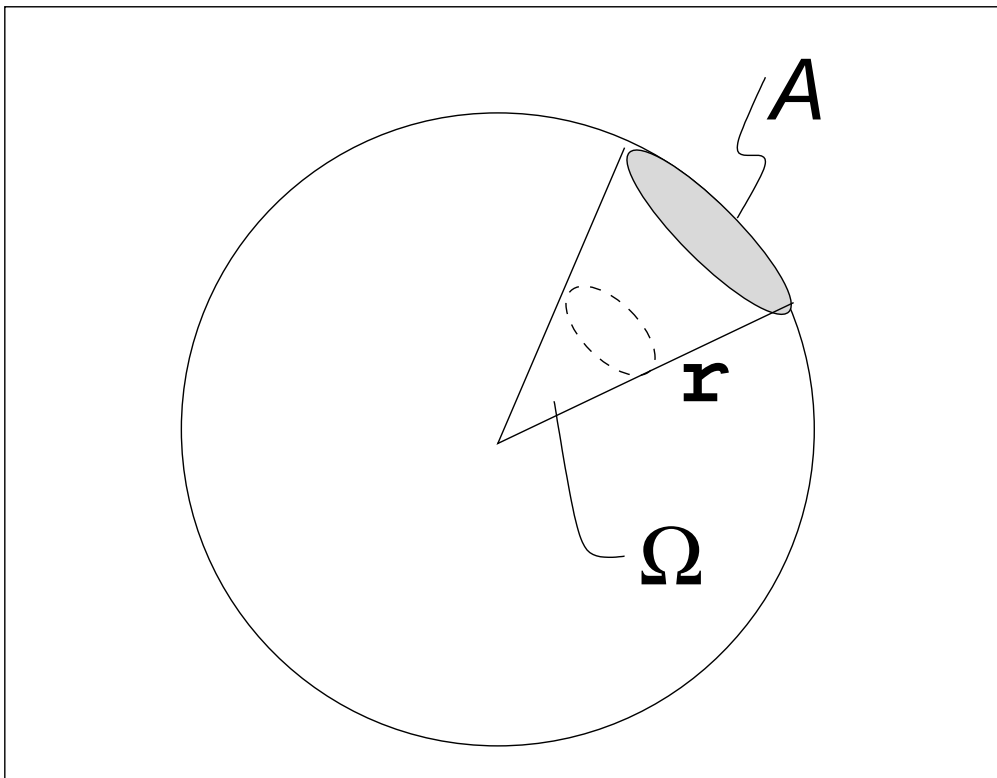


Figure 22. Diagramas ilustrativos para el ángulo sólido

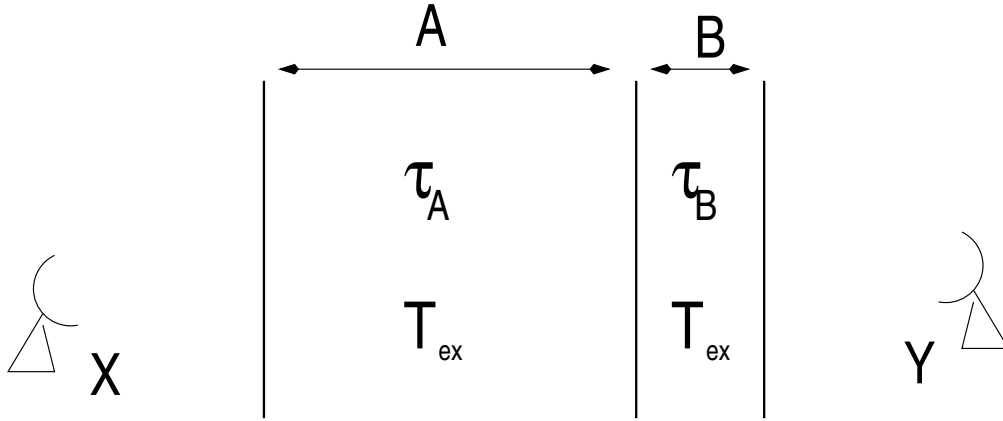


Figure 23. Regiones plano-paralelas A y B, con distintos onbservadores X y Y

$$S_\nu = \int I_\nu \cos \theta d\Omega$$

Si la  $I_\nu$  es constante sobre la faz del objeto estudiado obtenemos

$$S_\nu = I_\nu \Omega$$

o en términos de la temperatura de brillo

$$S_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_B \Omega. \quad (4.8)$$

Ejemplo: Supongamos que observamos al Sol a 20 GHz donde  $T_B \simeq 6000$  K. Cuál será su flujo en la Tierra?

Antes de usar la ecuación (4.8) calculemos el ángulo sólido que subtende el Sol. Sabemos que el Sol tiene un tamaño angular de  $0.5^\circ$  osea que  $\Omega(\text{Sol}) \simeq 6.8 \times 10^{-5}$  esteradianes. Por lo tanto  $S_\nu = 5 \times 10^{-17} \text{ erg cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , osea,

$$S_\nu = 5 \times 10^6 \text{ Jy}$$

Ejercicio: Considere dos regiones plano-paralelas A y B con la misma  $T_{ex}$  y profundidades ópticas diferentes  $\tau_A$  y  $\tau_B$ . Demuestre que los observadores X y Y detectan la misma señal (ver Figura 23).

## 5. RADIOTELESCOPIOS

La radiación electromagnética está constituida por campos eléctricos (E) y magnéticos (B) perpendiculares entre si que oscilan en el tiempo y se desplazan en la dirección  $k$ , a su vez perpendicular a E y a B (ver figura). En el vacío, la magnitud de E y B es igual. Si yo pongo un electrón en la trayectoria de la radiación, éste sentirá el campo eléctrico variable y oscilará en respuesta, produciendo una corriente eléctrica oscilante. En la radioastronomía esta corriente que produce el componente eléctrico del campo electromagnético es detectada y amplificada para obtener imágenes, espectros, etc. de la fuente que produjo la radiación.

La fuerza que siente el electrón por los campos eléctricos y magnéticos presentes está dada por la Fuerza de Lorentz:

$$F = e(E + (v/c) \times B).$$

¿Porqué en la detección del campo electromagnético sólo nos preocupamos de la componente eléctrica? Porque el efecto de la parte magnética va multiplicado por un factor  $(v/c)$ , que normalmente es muy pequeño.

Los radiotelescopios concentran las ondas de radio en una región pequeña donde los electrones de un dipolo (o algo semejante) oscilarán en respuesta.

### i) RESOLUCION ANGULAR

Un radiotelescopio (y cualquier telescopio que capta radiación electromagnética) tiene una cierta resolución angular, o sea una capacidad de distinguir radiación que proviene de un ángulo sólido en el cielo. En general, se considera que mientras menor es este ángulo, mejor es el instrumento, porque puede estudiar detalles muy pequeños en objetos cósmicos.

Supóngase un radio telescopio de diámetro  $D$  que está recibiendo radiación de longitud de onda  $\lambda$ . Consideremos una fuente muy lejana que está en el eje de simetría del radiotelescopio. La radiación está llegando a todos los puntos, pero por simplicidad consideremos sólo la radiación que llega a dos puntos del radiotelescopio diametralmente opuestos.

En este caso los fotones estarán en fase y se sumarán constructivamente. ¿Qué sucede para otro punto del cielo desplazado un ángulo  $\phi$  del eje del radiotelescopio? Los fotones que llegan a la parte superior del radiotelescopio recorren la distancia extra  $l$  donde  $l = D \sin(\phi) \simeq D\phi$ .

Cuando  $l = \lambda/2$ , los fotones se sumarán destructivamente. O sea que el radiotelescopio "acepta" preferentemente fotones en el cono o haz dado por  $\pm\phi$ , respecto al eje de simetría. Si llamamos a este ángulo  $2\phi$  la resolución angular del radiotelescopio =  $\theta_A$ , se obtiene

$$\frac{\theta_A}{\text{radianes}} = \frac{\lambda}{D} \quad (III.1)$$

Esta es una de las ecuaciones fundamentales de la astronomía, pues nos da la resolución angular de un telescopio.

En otras palabras, para mejorar la resolución angular (hacerla más pequeña) hace falta observar en longitudes de onda cortas o con grandes radiotelescopios.

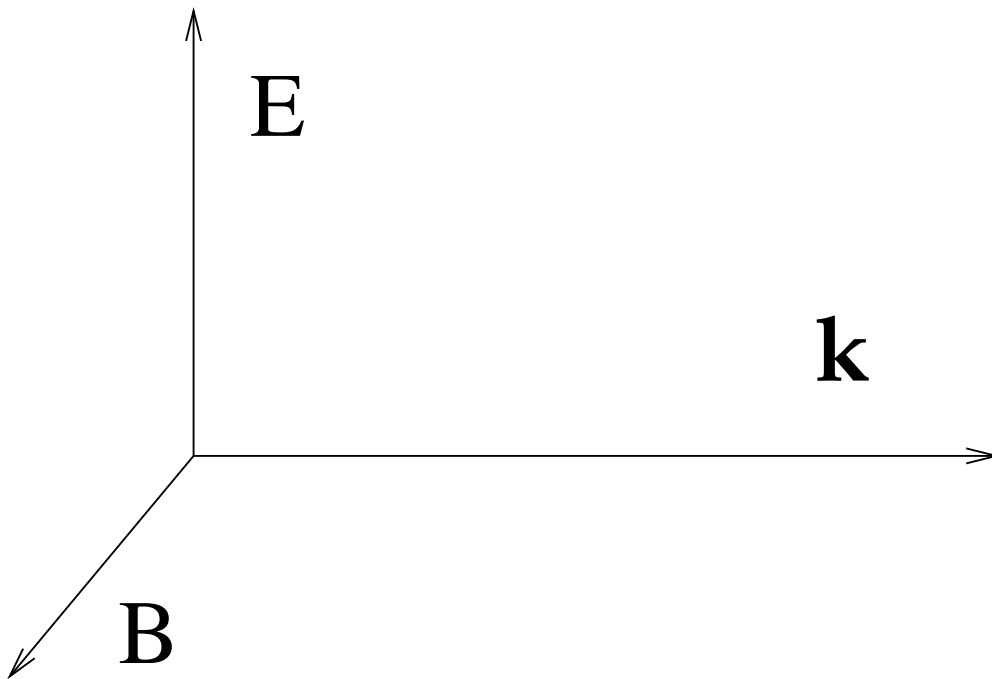


Figure 24. La radiación electromagnética está constituida por campos eléctricos ( $E$ ) y magnéticos ( $B$ ) perpendiculares entre si que oscilan en el tiempo y se desplazan en la dirección  $k$ , a su vez perpendicular a  $E$  y a  $B$ .

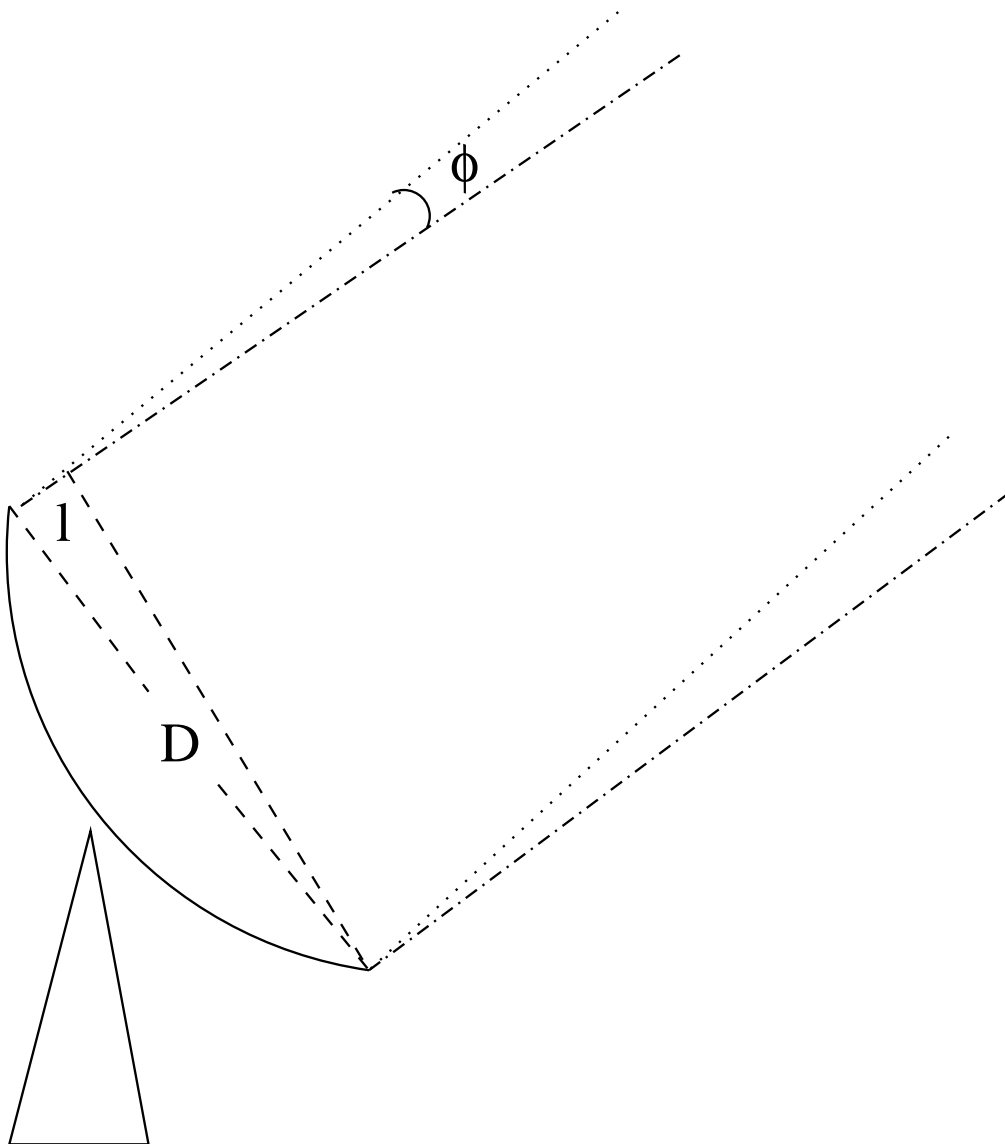


Figure 25. Esquema de un radiotelescopio. Si la radiación proviene de un punto en el eje de simetría del radiotelescopio, todos los rayos se suman constructivamente. Si la radiación proviene de un punto que está desplazado un ángulo  $\phi$  del eje de simetría, las ondas llegan retrasadas una distancia  $l$  a uno de los extremos del radiotelescopio.

La resolución angular de algunos instrumentos está dada en la siguiente tabla:

Instrumento	$D(m)$	$\lambda(m)$	$\theta_A(\text{arc sec})$
Radiotelescopio de Haystack	37	0.01	56
Telescopio de San Pedro Mártir	2.1	$5 \times 10^{-7}$	0.05 (1)
Ojo humano	0.005	$5 \times 10^{-7}$	21

(1) La resolución de los telescopios ópticos colocados en la superficie terrestre está limitada por la turbulencia atmosférica y es del orden de  $1''$  y no  $0''.05$  como se espera. El Telescopio Espacial Hubble (HST), que está por encima de la atmósfera, sí alcanza los valores esperados.

Volviendo a los radiotelescopios, nótese que si nos desviamos  $2\phi$  del eje vuelve a haber superposición constructiva. Esta situación da lugar a los lóbulos secundarios, donde el radiotelescopio es también sensitivo. Sin embargo, es posible diseñar a los radiotelescopios de modo que la sensibilidad en los lóbulos secundarios sea de 100 a 1000 veces menor que en el haz principal.

La sensibilidad del haz principal no es “plana”, sino que decae suavemente conforme nos alejamos del eje de simetría.

El “patrón” del haz principal es una función de Bessel de segundo orden, pero puede representarse aproximadamente como una gaussiana circular:

$$p(\theta) = \exp \left\{ -4 \ln 2 \left( \frac{\theta^2}{\theta_A^2} \right) \right\} \quad (III.2)$$

En esta ecuación,  $\theta$  es el ángulo de desplazamiento respecto al eje de simetría, y  $\theta_A^2$  es el ancho a potencia media del haz.

La temperatura de antena,  $T_A$ , está dada por la convolución del haz con la fuente.

$$T_A = \int_{\Omega} p(\theta) T_B(\theta) d\Omega / \int_{\Omega} p(\theta) d\Omega.$$

Como en coordenadas esféricas  $d\Omega = 2\pi \sin(\theta) d\theta$ , y podemos aproximar  $\sin(\theta) \simeq \theta$ , se encuentra que  $\int_{\Omega} p(\theta) d\Omega = \frac{\pi \theta_A^2}{4 \ln 2}$ .

Para una fuente circular de  $T_B$  constante y diámetro angular  $\theta_s$  es fácil demostrar que

$$T_A = T_B \left\{ 1 - \exp \left( -\ln 2 \frac{\theta_s^2}{\theta_A^2} \right) \right\} \quad (III.3)$$

COMO TAREA SE DEJARA DISCUTIR LOS CASOS EXTREMOS  $\theta_s \gg \theta_A$  y  $\theta_A \gg \theta_s$ .

## ii) TOLERANCIA DE LA SUPERFICIE

La precisión con que está construída una superficie reflectora debe ser tal que las desviaciones de la parábola perfecta sean considerablemente menores que la longitud de onda a observar. Generalmente se usa el criterio  $\sigma < \lambda/4\pi$ .



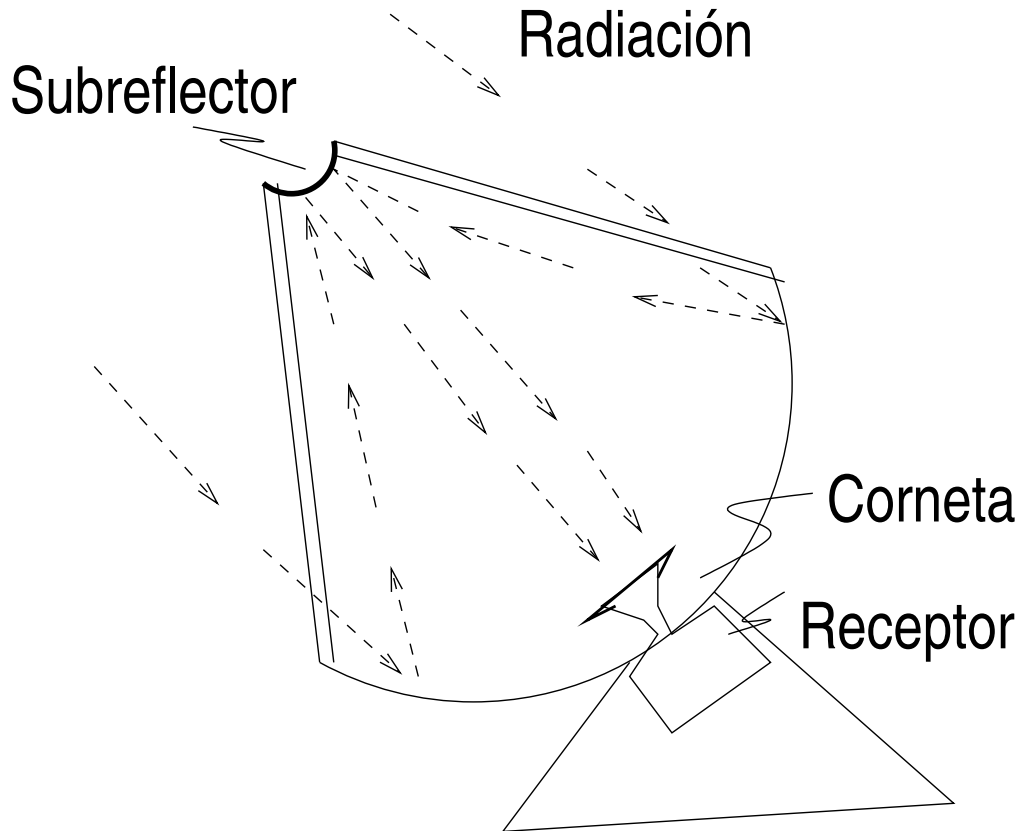


Figure 26. Óptica de un radiotelescopio con diseño Cassegrain.

Los radiotelescopios muy grandes tienen superficies relativamente imperfectas por lo que sólo pueden trabajar con radiación de  $\lambda$  grande. Para trabajar a altas frecuencias (pequeña  $\lambda$ ) generalmente se tiene que usar radiotelescopios pequeños (o bien radiotelescopios grandes que tienen una superficie muy precisa y que por lo mismo son muy costosos). Para obtener resolución angular superior es necesario utilizar un radiointerferómetro. En futuras clases discutiremos como funcionan los radiointerferómetros.

### iii) RECEPTORES

La radiación captada por el plato parabólico es mandada al foco principal. El receptor puede encontrarse ahí pero como generalmente son muy pesados es mejor poner un subreflector en el foco principal que rebota la radiación al centro del plato principal donde está el receptor. A este arreglo se le llama de tipo Cassegrain (ver Figura).

En el centro del plato hay una corneta (“horn” o “feed”) que se encarga de acoplar la radiación que viaja en el espacio libre a una guía de microondas. La guía de microondas conduce la radiación al receptor donde es amplificada a niveles medibles.

Los receptores son generalmente máseres, amplificadores paramétricos, o transistores de efecto de campo (FETs) o de alta movilidad electrónica (HEMTs)

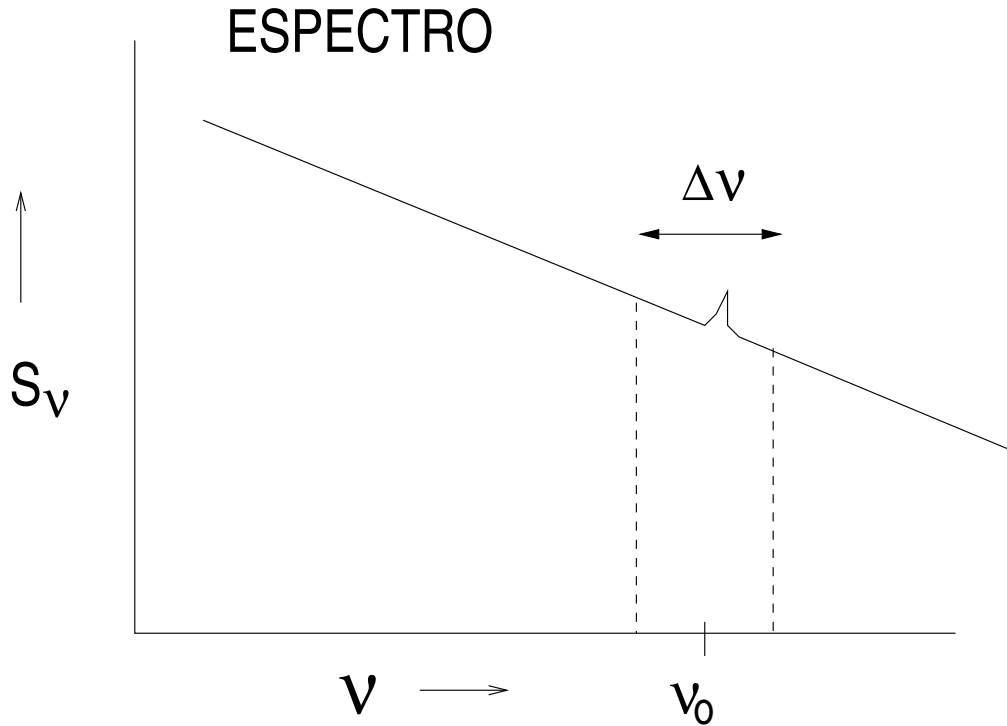


Figure 27. Los receptores generalmente amplifican sólo una pequeña banda del espectro electromagnético.

muy sofisticados que amplifican la señal electromagnética sin añadir mucho ruido. Es común que estén enfriados por nitrógeno o helio líquido para reducir el ruido térmico. Los máseres usan el principio de que si la radiación viaja por un medio que tiene las poblaciones de sus niveles invertidos, ocurre el fenómeno de emisión estimulada. En lugar de usar un gas, se prefiere usar generalmente cristales como el medio activo para aprovechar la mayor densidad de partículas. Se usa muy comunmente un cristal de rubí rosa ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Los amplificadores paramétricos usan el principio de amplificación de señal usando reactancias no lineales. Finalmente, los transistores usan su bien conocida propiedad de que una pequeña variación en el voltaje de la “puerta” (gate) tiene un gran efecto en el flujo de corriente de la “fuente” (source) al “sumidero” (drain).

Todos los receptores (o amplificadores) añaden, de manera inevitable, ruido a la señal original durante el proceso de amplificación. De hecho, en la radioastronomía la fuente principal de ruido comunmente es el mismo receptor. Posteriormente veremos que cualquier amplificador introduce un ruido cuántico que puede pensarse en términos de una temperatura adicional de orden  $T_{\text{ruido}} \simeq h\nu/k$ .

Los receptores son muy especializados y sólo amplifican en un ancho de banda  $\Delta\nu \simeq 0.1 \nu_0$ , donde  $\Delta\nu$  es el ancho de banda y  $\nu_0$  es la frecuencia central observada (ver Figura).

Supongamos que estamos interesados en la radiación que va de  $\nu_0 - \Delta\nu/2$  a  $\nu_0 + \Delta\nu/2$ . Después de que se amplifica en el receptor queremos manipularla

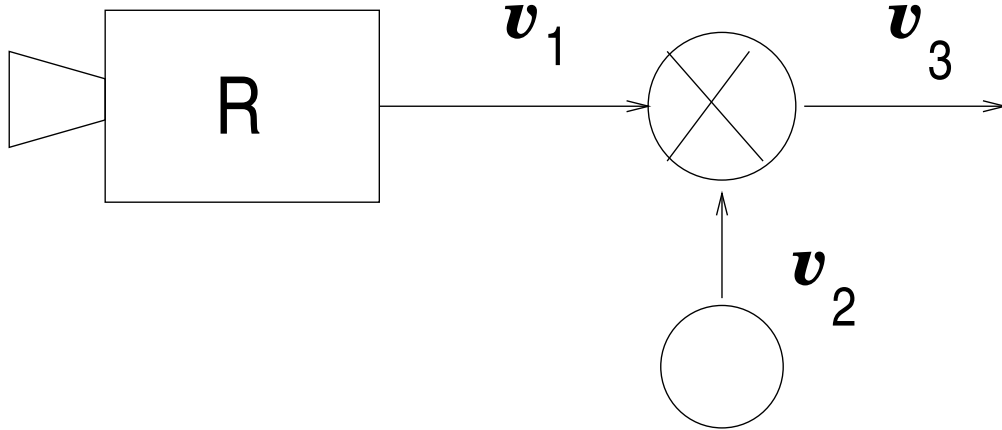


Figure 28. Proceso de multiplicación de la señal del cielo ( $v_1$ ) por la de un oscilador local ( $v_2$ ).

posteriormente. Pero la radiación de alta frecuencia tiene la desventaja de no viajar mucha distancia en guías de microondas y mucho menos en cable coaxial. Para solucionar este problema la señal cósmica a  $\nu_0$  se multiplica por una señal producida por un oscilador local a  $\nu_0 - \Delta\nu/2$ . A este proceso se le llama superheterodinaje. Esto mueve la información de  $\nu_0 \pm \Delta\nu/2$  al intervalo 0 a  $\Delta\nu$  ¿Cómo ocurre esto?

Consideramos la radiación que está a  $\nu_0$ . En un punto dado el voltaje producido por esta radiación será voltaje =  $v_1 = v_{0,1} \cos(2\pi\nu_0 t)$

Si la multiplicamos por una radiación producida localmente (por el oscilador local) a frecuencia  $\nu_0 - \Delta\nu/2$

$$v_2 = v_{0,2} \cos [2\pi(\nu_0 - \Delta\nu/2)t]$$

obtenemos

$$v_3 = v_1 \times v_2 = \frac{1}{2} v_{0,1} v_{0,2} \left[ \cos \left[ \left( 2\pi \frac{\Delta\nu}{2} \right) t \right] + \cos \left[ 2\pi \left( 2\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2} \right) t \right] \right]$$

Este proceso de multiplicación se muestra en la Figura.

O sea, obtenemos la suma de dos señales, una de baja frecuencia y otra de alta frecuencia. La de alta frecuencia es eliminada mediante filtraje y nos quedamos con una señal a  $\nu = \Delta\nu/2$  que originalmente estaba a  $\nu_0$ .

Este proceso se muestra en la Figura.

En particular, si hay líneas espectrales en el pedazo de espectro observado, la información se preserva. Ya que toda la información se “bajó” en frecuencia, es más fácil amplificar y manipular la señal.

#### IV) LA ECUACION DEL RADIOMETRO

Supongamos que nuestro radiotelescopio recibe radiación en un ancho de banda  $\Delta\nu$  centrado a una cierta frecuencia  $\nu_0$ . Después del superheterodinaje la información estará contenida en el intervalo de frecuencia 0 a  $\Delta\nu$ . Supóngase

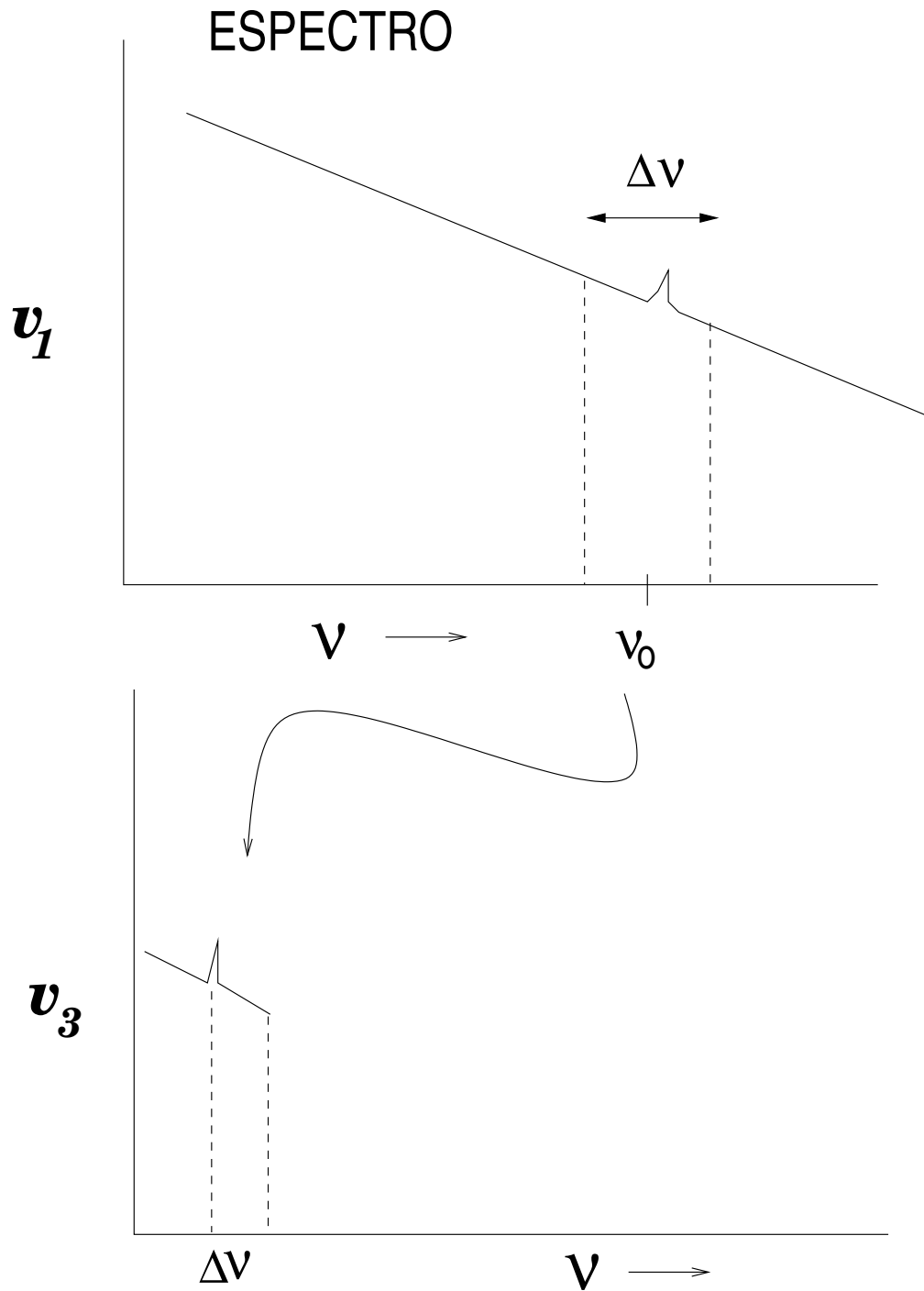


Figure 29. La señal del cielo es desplazada a bajas frecuencias por el proceso de superheterodinaje.

que queremos determinar la temperatura del sistema con gran precisión. O sea que el error en la medición  $\Delta T_s$  sea mucho menor que  $T_s$ . Si consideramos que el proceso está controlado por una estadística de Poisson el error relativo está dado por

$$\frac{\Delta T_s}{T_s} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

donde  $N$  es el número de eventos detectados. En este caso lo que detectamos son pulsos de radiación. Los pulsos medidos por segundo irán como  $\Delta\nu$  y si observamos un tiempo  $\Delta t$  tendremos

$$N = \Delta\nu\Delta t$$

Por lo tanto

$$\Delta T_s \simeq \frac{T_s}{\sqrt{\Delta\nu\Delta t}} \quad (III.4)$$

Esta ecuación es fundamental en la radioastronomía porque nos permite calcular cuanto tiempo debemos integrar ( $\Delta t$ ) para detectar una fuente cósmica dada. Supongamos que queremos observar un objeto que esperamos contribuya con  $T_A = 1$  K. Por otra parte la temperatura debida al ruido de la electrónica del receptor es  $T_{rec} = 80$  K. Entonces cuando veamos a un lado del objeto mediremos  $T_s = T_{rec} = 80$  K.

Cuando apuntemos al objeto tendremos  $T_s = T_{rec} + T_A = 81$  K. Supongamos que queremos medir  $T_A$  con 10% de precisión, entonces necesitamos que  $\Delta T_s = 0.1$  K. Además nuestro ancho de banda es  $\Delta\nu = 1$  MHz. ¿Cuánto tiempo habrá que integrar?

$$\Delta t = \left(\frac{T_s}{\Delta T_s}\right)^2 \frac{1}{\Delta\nu} = \left(\frac{81}{0.1}\right)^2 \frac{1}{10^6} = 0.7 \text{ seg} \quad (III.5)$$

La ecuación del radiómetro (ec. III.4) contiene varias cosas interesantes. En primer lugar nos dice que si integramos suficiente tiempo podemos detectar cualquier cosa, por débil que sea. También nos dice que mientras más grande es el ancho de banda,  $\Delta\nu$ , menor es  $\Delta T_s$ . Esto lo esperamos porque se reciben más fotones y la estadística es mejor. Finalmente vemos que el cociente señal a ruido  $\Delta T_s/T_s$  disminuye sólo como  $(\Delta t)^{1/2}$  y no como  $\Delta t$ . Esto es terrible, porque quiere decir que si queremos mejorar el cociente de señal a ruido un factor de 2 tenemos que integrar 4 veces más. Esto es característico de la estadística. Si duplicamos el número de muestras tomadas nuestro cociente de señal a ruido sólo mejora  $2^{1/2}$  y no 2.

Cuando se hace espectroscopía el ancho de banda se divide en un gran número de canales (ver Figura).

Esto es con el propósito de analizar el perfil de las líneas que puede haber en el espectro. Entonces la  $\Delta\nu$  que hay que considerar en la ecuación del radiómetro es muy pequeña y para obtener buena señal a ruido es necesario integrar mucho tiempo.

v) ESPECTROMETROS

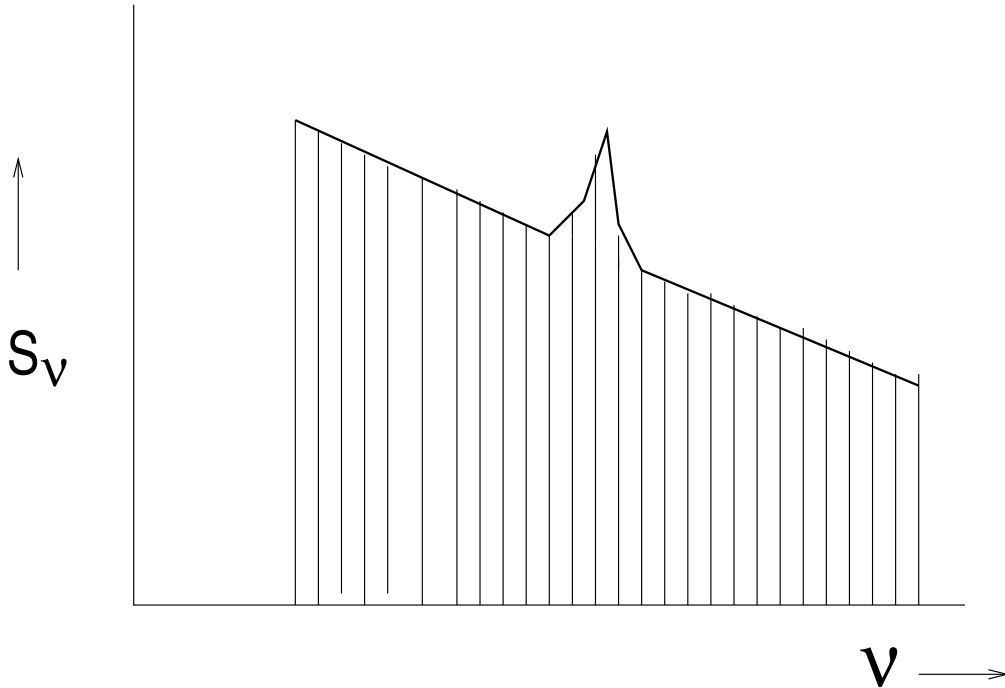


Figure 30. Para hacer espectroscopía es necesario dividir el espectro en canales angostos.

Cuando uno observa procesos de emisión en continuo (como el bremsstrahlung y la radiación sincrotrónica) uno puede hacer mediciones usando bandas anchas porque el espectro cambia poco. Cuando uno observa “líneas” es necesario partir la banda observada en muchos intervalos de frecuencia, los llamados canales. Esto se hace con un espectrómetro.

En la radioastronomía se usan principalmente tres tipos de espectrometros: el banco de filtros (filter bank), el autocorrelacionador digital (digital autocorrelator), el espectrómetro acusto-óptico.

El banco de filtros consiste de un arreglo lineal de filtros que sólo permiten que pase frecuencia en un pequeño intervalo de frecuencia  $\delta\nu$ .

El banco de filtros tiene la ventaja de ser sencillo pero es poco flexible, sólo puede usarse para las  $\delta\nu$  características.

El autocorrelacionador digital es un dispositivo electrónico que muestrea el voltaje a una frecuencia de  $2\Delta\nu$  (el criterio de Nyquist) y mediante técnicas digitales de transformada de Fourier encuentra el espectro. Es fácil ver como funciona esto. Supóngase una señal monocromática a frecuencia  $\nu_0$  que induce un voltaje en el receptor dado por

$$v = v_0 \cos(2\pi\nu_0 t)$$

El voltaje puede presentarse como la parte real de la expresión

$$v(t) = v_0 e^{-i\omega_0 t}$$

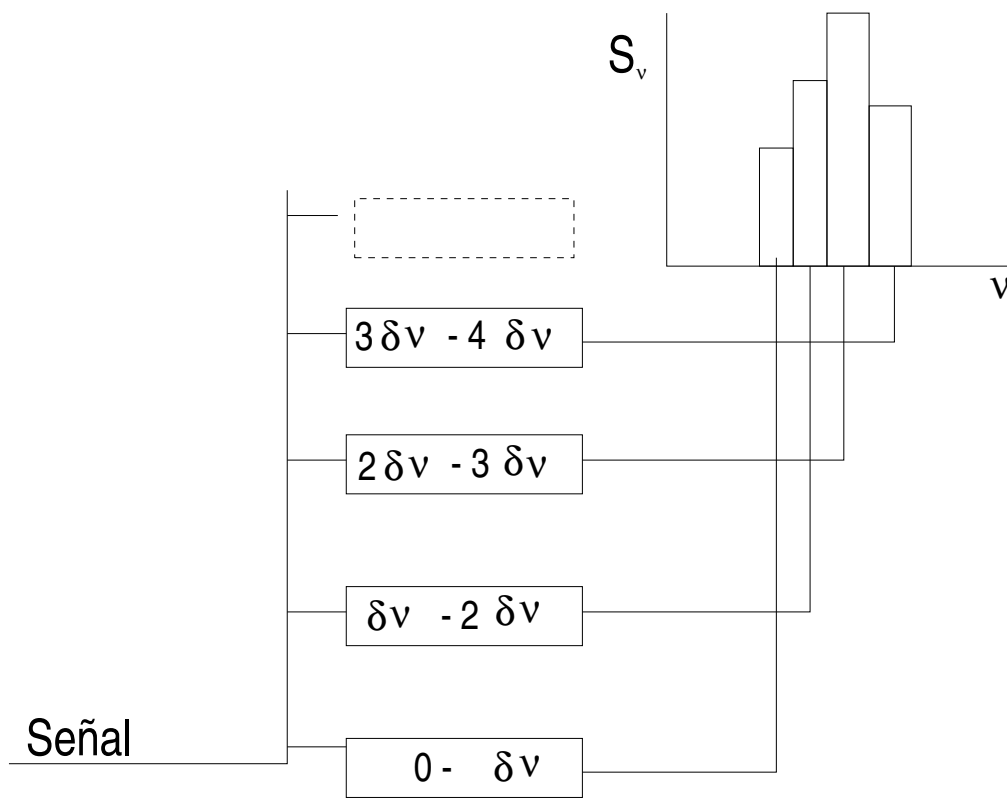


Figure 31. Diagrama del banco de filtros.

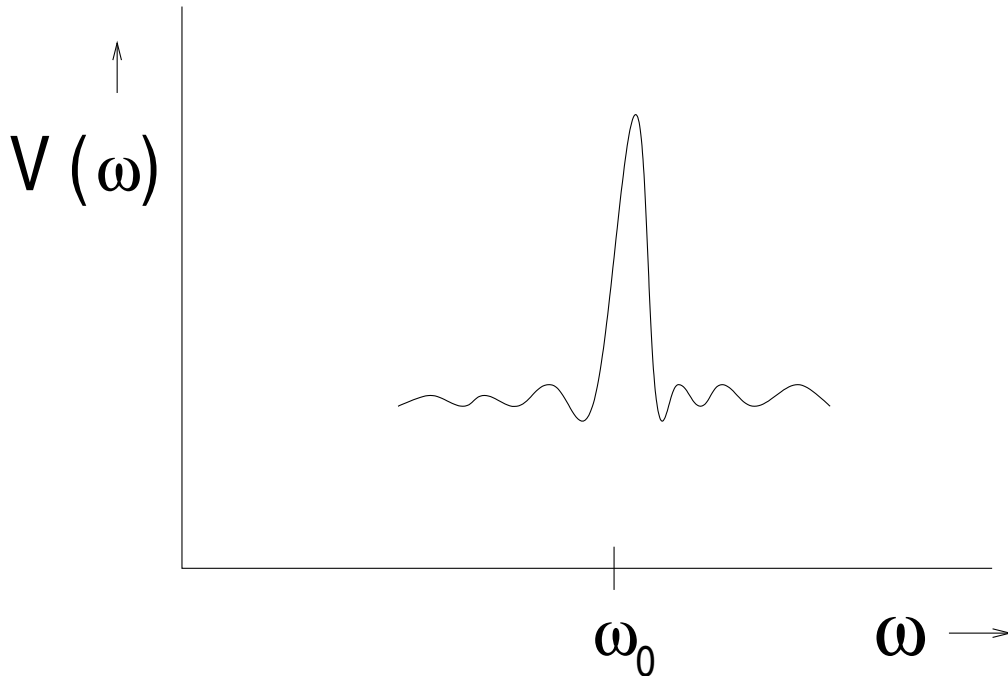


Figure 32. La transformada de Fourier de una onda monocromática.

donde

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0$$

Su transformada de Fourier será

$$V(\omega) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{v_0}{2\pi} \int_0^T e^{-i\omega t} e^{i\omega_0 t} dt$$

$$V(\omega) = \frac{v_0 T}{\pi} \frac{\sin(\omega - \omega_0)}{\omega - \omega_0}$$

Esta función (que es conocida como la función sinc) alcanza su máximo cuando  $\omega = \omega_0$ .

Los lóbulos aparecen en el espectro porque se integra durante un tiempo finito. Es fácil eliminar los lóbulos mediante técnicas de “ensuavecimiento”. Estas técnicas consisten en substituir el valor de un canal por el promedio de dicho canal más algunos canales adyacentes.

El espectrómetro acusto-óptico consiste de un celda de Bragg por la que se hace pasar una onda acústica producida a partir de la señal eléctrica del radiotelescopio. Esta onda acústica hace cambiar las propiedades de difracción de la luz de la celda de Bragg y un rayo láser que pasa por la celda de Bragg “barre” un arreglo lineal de fotoceldas y a partir de ésto se forma un espectro.



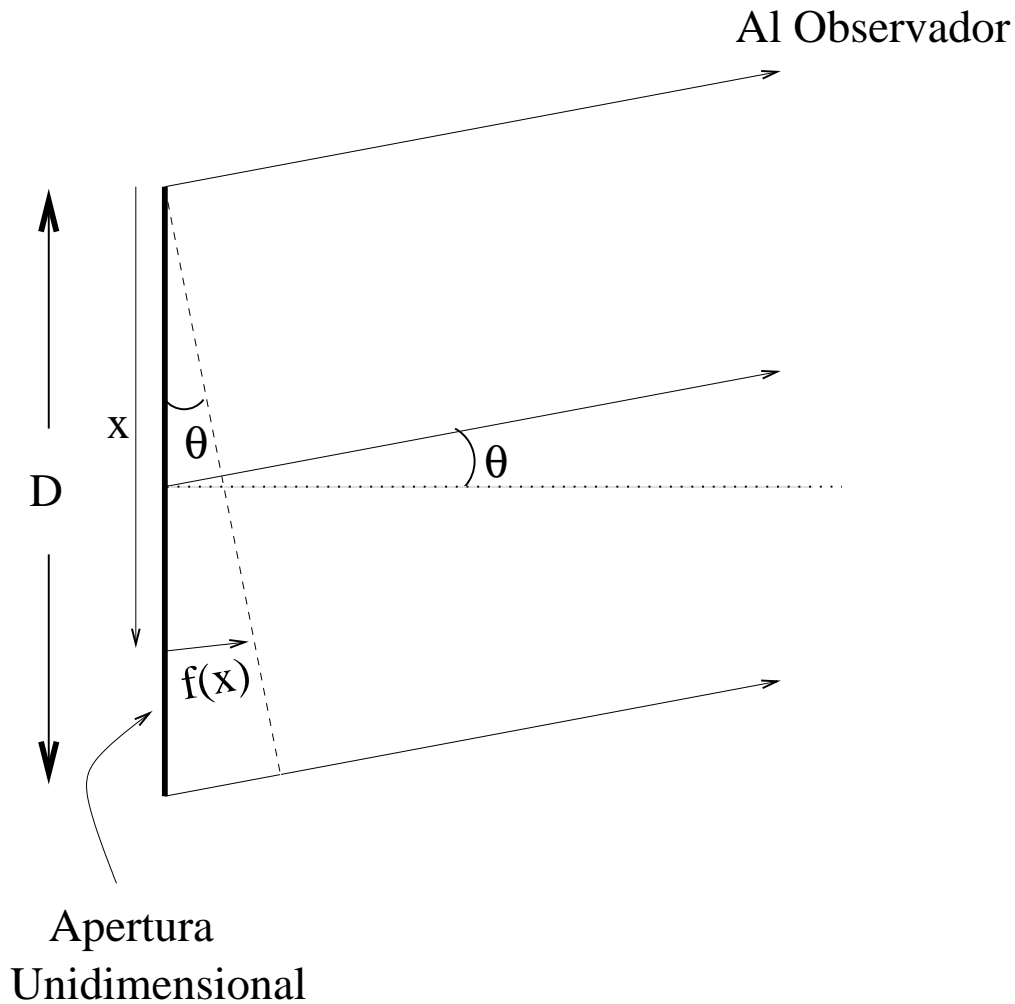


Figure 33. Diagrama de la emisión de una apertura unidimensional.

#### iv) PATRON DE RADIACION DE UNA ANTENA

Anteriormente se demostró de manera aproximada que una antena parabólica con diámetro  $D$  “acepta” radiación principalmente dentro de un cono que tiene diámetro angular  $\theta = \lambda/D$ .

En realidad, las antenas no tienen una “respuesta” uniforme dentro de ese cono de diámetro angular  $\theta = \lambda/D$ , sino que la respuesta (o sensibilidad) decae conforme nos alejamos del eje de simetría del radiotelescopio.

La manera más sencilla de entender esto es resolver el patrón de radiación de una apertura unidimensional (por ejemplo, un alambre recto).

Hacemos uso del principio de la reciprocidad que dice que el patrón de recepción de una antena es igual a su patrón de transmisión (o sea, que si usamos una antena para transmitir, las direcciones en las que transmite más fuerte son las mismas direcciones en las que recibe más fuerte).

Suponemos que esta apertura unidimensional tiene longitud  $D$  (ver figura) y que cada punto  $x$  de su extensión emite radiación electromagnética en fase. Por el principio de Huygens, cada punto  $x$  puede considerarse como una fuente puntual de ondas esféricas. Para un observador colocado a la derecha de la figura, a una gran distancia, y a un ángulo  $\theta$  con respecto a la línea perpendicular a la apertura, el campo eléctrico debido a un punto  $x$  cualquiera será proporcional a

$$E(x, \theta) \propto E_0 \exp(-i2\pi f(x)/\lambda),$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda y  $f(x)$  es la distancia adicional que tiene que recorrer la radiación del punto  $x$ . En esta ecuación no nos hemos preocupado más que de la diferencia de fase que introduce esta distancia adicional. De la figura vemos que

$$f(x) \simeq \theta x.$$

Se han hecho dos suposiciones más:

- i)  $\theta$  es pequeño (para poder usar  $\sin(\theta) \simeq \theta$ ), y
- ii) las pequeñas diferencias de distancia entre el observador y los distintos puntos de la apertura son despreciables respecto a la distancia total entre la apertura y el observador, de modo que  $E_0$  es igual para cualquier  $x$ .

De las dos ecuaciones anteriores nos queda:

$$E(x, \theta) \propto E_0 \exp(-i2\pi\theta x/\lambda).$$

Ahora integramos sobre  $x$  de 0 a  $D$  para encontrar la contribución de todos los puntos a la emisión:

$$E(\theta) \propto \int_0^D E_0 \exp(-i2\pi\theta x/\lambda) dx.$$

Si definimos

$$u = x/\lambda,$$

o sea, la posición del punto  $x$  pero en unidades normalizadas a la longitud de onda, nos queda que (usando  $dx = \lambda du$ )

$$E(\theta) \propto \int_0^{D/\lambda} \exp(-i2\pi u\theta) du.$$

O sea, que el campo eléctrico total que medimos en la dirección del ángulo  $\theta$  es proporcional a la transformada de Fourier de una función escalón (ver figura).

Ahora bien, el patrón de potencia es proporcional al campo eléctrico al cuadrado (ésto se conoce como el teorema de Poynting),  $P(\theta) \propto E^2(\theta)$ . De todo ésto obtenemos que el patrón de potencia  $P(\theta)$  de la apertura unidimensional es proporcional al cuadrado de la transformada de Fourier de la función que “define” a la apertura, con esta función dada en términos de  $u$ . Esto se puede generalizar para decir que el patrón de potencia  $P(\theta)$  de cualquier apertura bidimensional es proporcional al cuadrado de la transformada de Fourier de la función que “define” a la apertura, con esta función dada en términos de  $u$  y  $v$  (las dimensiones de la antena en unidades de longitudes de onda).

A este patrón se le conoce también como el patrón de difracción o el patrón de Fraunhofer.

La transformada de Fourier de una función escalón es la función  $\text{sinc}(\phi) = \sin(\phi)/\phi$ , de modo que

$$E(\theta) \propto \text{sinc}(2\pi\theta D/\lambda).$$

Elevando al cuadrado y normalizando para que  $P(0) = 1$ , nos queda

$$P(\theta) = \text{sinc}^2(2\pi\theta D/\lambda),$$

o sea,

$$P(\theta) = \left[ \frac{\sin(2\pi\theta D/\lambda)}{2\pi\theta D/\lambda} \right]^2.$$

En la figura se muestra este patrón de respuesta, junto con la función escalón.

Para el caso de una apertura circular de diámetro  $D$ , se puede demostrar que el patrón normalizado está dado por:

$$P(\theta) = \left[ \frac{2J_1(\pi\theta D/\lambda)}{\pi\theta D/\lambda} \right]^2.$$

donde  $J_1$  es la función de Bessel de orden 1, y  $\theta$  es el ángulo entre el eje de simetría de la apertura circular y la dirección considerada. Note la similitud entre las dos ecuaciones anteriores.

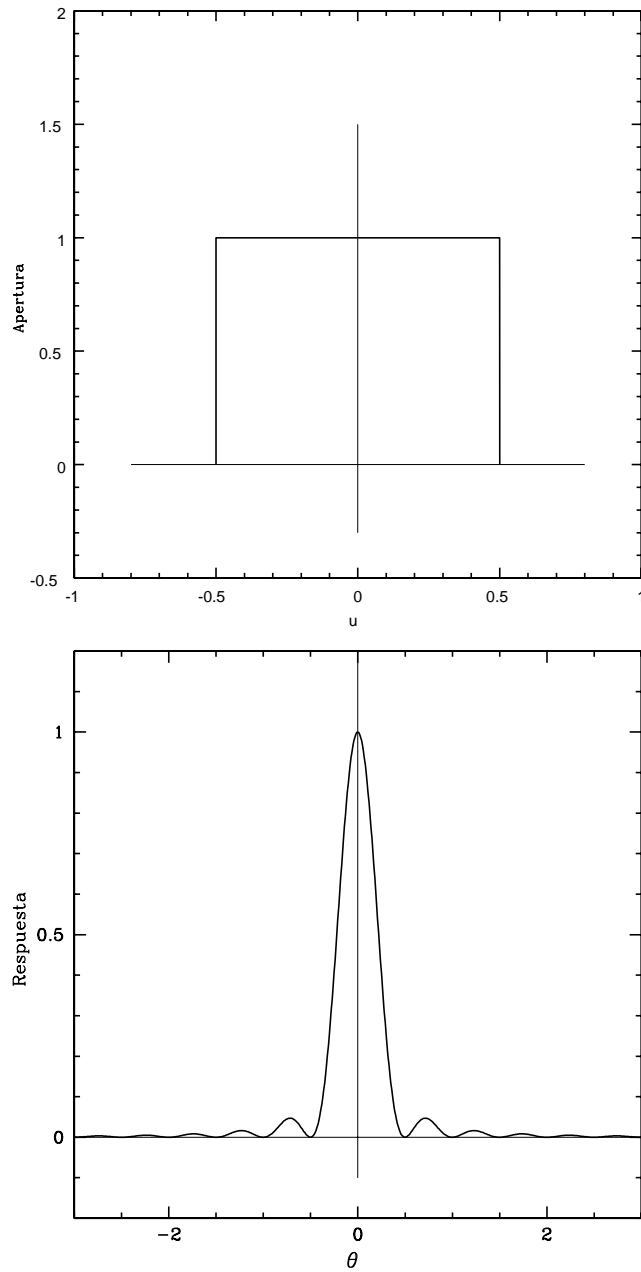


Figure 34. La función escalón (izquierda) y la función  $\text{sinc}^2$  (derecha). La función escalón describe a la apertura unidimensional. La función  $\text{sinc}$  es la transformada de Fourier de la función escalón. Finalmente, el patrón de la apertura unidimensional es la función  $\text{sinc}^2$ .

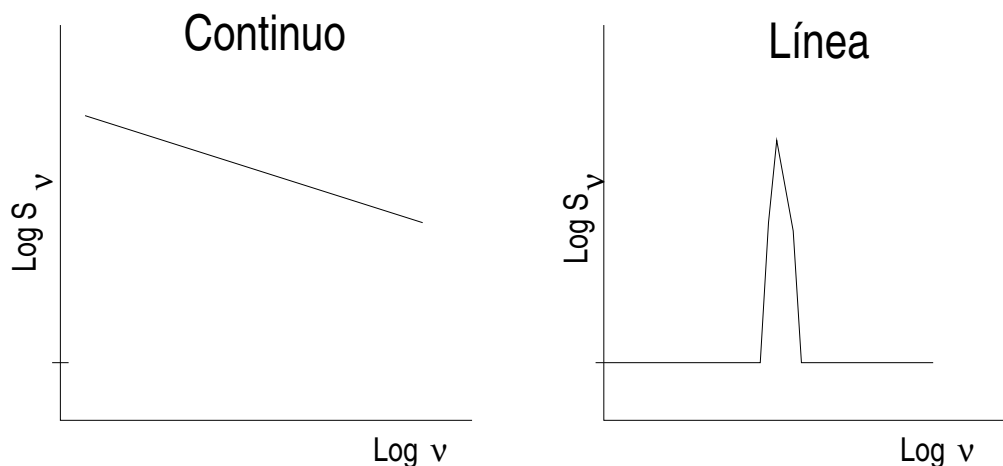


Figure 35. Espectro de continuo y de línea

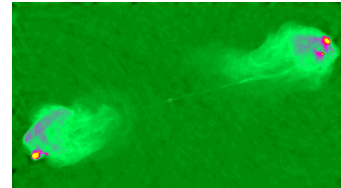
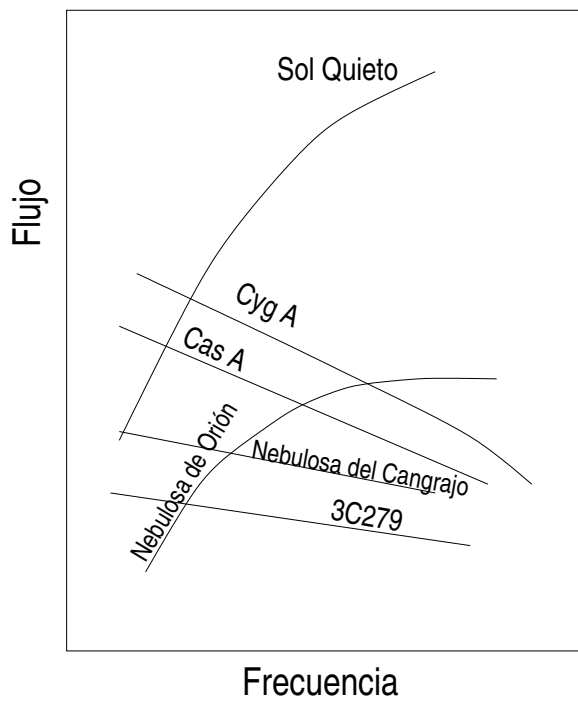
## 6. PROCESOS DE RADIACION EN CONTINUO

Existen dos grandes clases de procesos de radiación: en continuo y en línea. Los procesos en continuo emiten fotones de distintas frecuencias y su espectro se muestra en la Figura 35. Por otra parte los procesos de línea emiten todos sus fotones a una frecuencia única (ver Figura 35). A continuación estudiaremos los procesos de radiación de continuo.

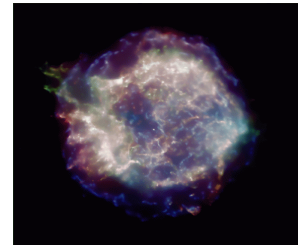
En las primeras observaciones que se hicieron en ondas de radio hacia fuentes discretas se vió que existían dos grupos: las galácticas, las cuales estaban concentradas hacia el plano galáctico y las extragalácticas las cuales estaban distribuidas más uniformemente en el espacio. La naturaleza de estas fuentes discretas se estudió midiendo el flujo de las fuentes como función de la frecuencia para estimar el espectro. Nuevamente aparecieron dos grupos. Mientras el flujo de un grupo casi no cambia con la frecuencia, el otro grupo resultaron más intensas para frecuencias pequeñas (ver figura 36). Varias de las fuentes más intensas resultaron ser del segundo tipo, por ejemplo Casiopea A la cual después se vió que correspondía a la remanente de una supernova que explotó en nuestra Galaxia en el año 1667. Otra fuente muy brillante fué Cygnus A, la cual es una fuente extragaláctica. Cyg A es una radiogalaxia, con un corrimiento al rojo de  $z=0.057$ .

Aquellas fuentes donde se observó que el flujo aumentaba conforme aumenta la frecuencia, se vió que tenían contraparte en el visible, como por ejemplo la Luna y el Sol. Otros objetos donde se observó que emitían débilmente en radio fueron asociados con regiones de formación estelar como es el caso de la nebulosa de Orión. Ya sabemos que tanto la Luna como el Sol quieto son objetos que emiten radiación térmica de cuerpo negro. Después de esta podemos pensar en dos tipos de procesos de continuo fundamentales en la radioastronomía: la radiación libre-libre y la radiación sincrotrónica. En general las fuentes extragalácticas son detectadas por su emisión sincrotrón, no porque no emitan radiación térmica, sino porque la sincrotrón es más intensa y es más fácil de detectar a grandes distancias.

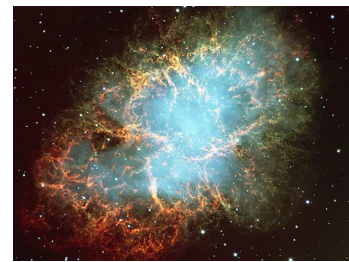
# Espectros



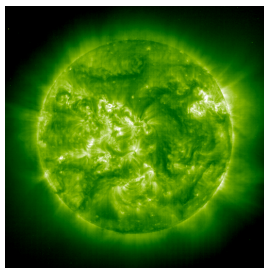
Cyg A



Cas A



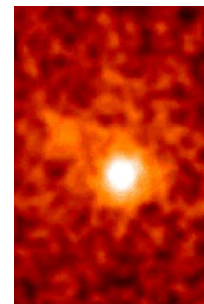
Nebulosa del Cangrajo



Sol Quieto



Nebulosa de Orión



3C279

Figure 36. Espectro de emisión de continuo para fuentes que emiten radiación térmica (libre-libre) y no-térmica (sincrotrón)

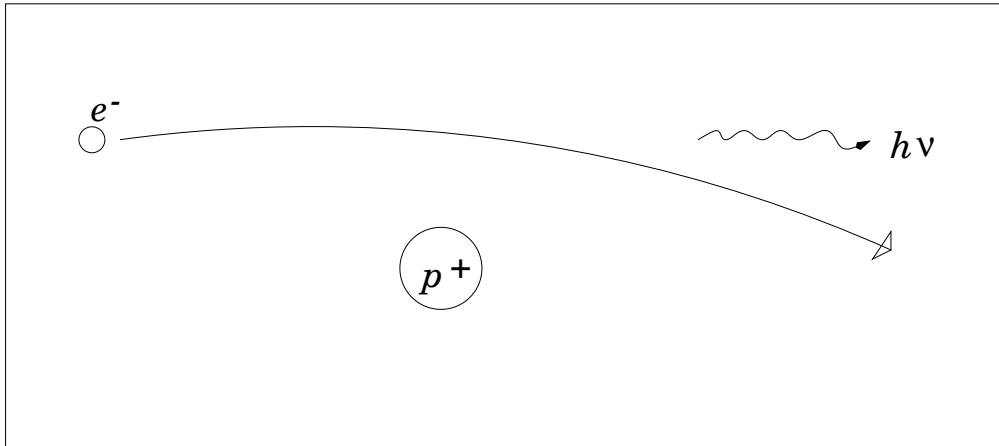


Figure 37. Aceleración del electrón producida por el protón emitiendo radiación libre-libre.

### 6.1. RADIACION LIBRE-LIBRE

La radiación libre-libre se produce en un medio ionizado cuando los electrones son acelerados por los protones debido a interacciones coulombianas. Se le llama así porque es producida por electrones libres en un plasma que cambian su trayectoria al ser acelerados por un protón pasando de un estado libre a otro libre. Durante la aceleración los electrones emiten y absorben fotones. También se le llama a esta radiación, radiación térmica (porque los electrones obedecen una distribución de Maxwell) y bremsstrahlung (del alemán).

En principio las interacciones posibles son las siguientes

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + \text{foton}$$

$$p^+ + p^+ \rightarrow p^+ + p^+ + \text{foton}$$

$$e^- + p^+ \rightarrow e^- + p^+ + \text{foton}$$

En general la potencia radiada viene dada por la fórmula de Larmor para un dipolo eléctrico

$$P = \frac{2\ddot{d}^2}{3c^3}$$

donde  $d = \sum e_i r_i$  es el momento dipolar eléctrico. Si tenemos dos protones o dos electrones, es decir dos partículas con la misma masa, el momento dipolar del sistema será cero, por lo que no habrá radiación dipolar (si la habrá cuadrupolar, pero muy débil).

Es por esto que sólo se consideran las interacciones entre electrones y protones. La energía radiada en la interacción  $e^- + p^+$  vendrá casi por completo del electrón, que es el que sufre casi toda la aceleración ( $m_p = 1836 m_e$ ).

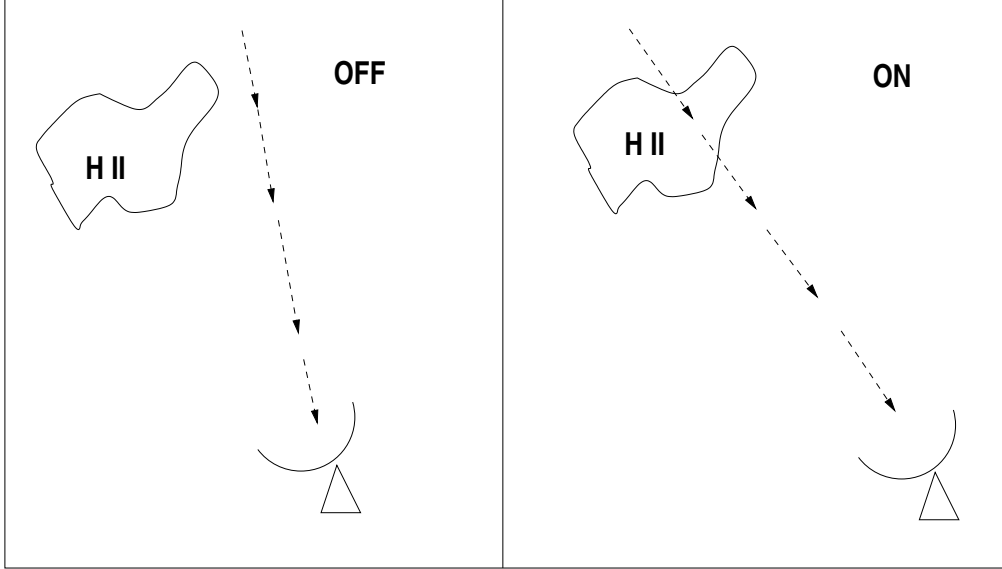


Figure 38. Temperatura OFF:  $T_B(OFF) = T_{bg} + T_{atm} + T_{rec}$  y Temperatura ON:  $T_B(ON) = T_{bg}e^{-\tau\nu} + T_{ex}(1 - e^{-\tau\nu}) + T_{atm} + T_{rec}$

Como dentro de la región ionizada los electrones tienen velocidades diversas y se acercan a distancias diversas del protón, se producen fotones de distintas frecuencias y el proceso es de espectro continuo.

En el Universo existen muchos objetos constituidos de “plasma” o sea ionizados, donde los electrones han sido arrancados del átomo y se mueven libres. Las regiones HII y las nebulosas planetarias son dos ejemplos de gas ionizado.

En general, cuando se observa un objeto cósmico, primero se hace una observación a un lado de él (OFF) para medir la contribución de los 3 K, la atmósfera, y el receptor. Luego va uno al objeto (ON) y observa ahí. Matemáticamente, lo que se ve en cada caso está dado por,

$$T_B(OFF) = T_{bg} + T_{atm} + T_{rec}$$

$$T_B(ON) = T_{bg}e^{-\tau\nu} + T_{ex}(1 - e^{-\tau\nu}) + T_{atm} + T_{rec}$$

Para librarse de la contribución de la atmósfera y del receptor, el radioastrónomo sustrae al ON el OFF.

$$T_B = T_B(ON) - T_B(OFF) = (T_{ex} - T_{bg})(1 - e^{-\tau\nu})$$

o sea,

$$T_B = (T_{ex} - T_{bg})(1 - e^{-\tau\nu})$$

Es posible calcular teóricamente la profundidad óptica de la radiación libre-libre. Esto es bastante complicado y está hecho por Oster (1961, **33**, 525, *Review of Modern Physics*). En la región de radio la profundidad está dada por



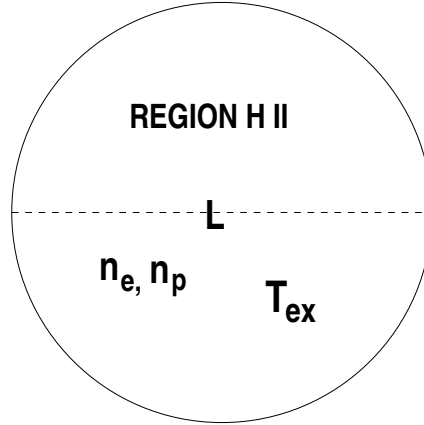


Figure 39. Simplificación de una Región H II

$$\tau_\nu = 0.082 \left[ \frac{n_p n_e L}{\text{cm}^{-6} \text{pc}} \right] \left[ \frac{T_{ex}}{K} \right]^{-1.35} \left[ \frac{\nu}{\text{GHz}} \right]^{-2.1} \quad (6.1)$$

donde  $n_p$  es la densidad de protones por  $\text{cm}^3$ ,  $n_e$  es la densidad de electrones por  $\text{cm}^3$ ,  $L$  es el espesor físico (en parsecs) de la región,  $T_{ex}$  es la temperatura de excitación del plasma, y  $\nu$  es la frecuencia a la que observamos. En esta ecuación hemos supuesto que el plasma es homogéneo o sea que  $n_p$ ,  $n_e$  y  $T_{ex}$  son constantes en toda la región considerada.

Es interesante analizar esta ecuación al menos cualitativamente. Mientras mayor es  $L$  mayor es  $\tau_\nu$ . Esto es fácil de entender porque para el caso homogéneo  $\tau_\nu$  y  $L$  son proporcionales. Luego vemos que  $\tau_\nu$  es proporcional al producto  $n_p n_e$ . Esto es así porque el proceso de absorción (o emisión) libre-libre requiere de la existencia de protones y electrones, o sea que es un problema de dos cuerpos y su tasa irá como el producto de las densidades de las dos clases de partículas involucradas. El término  $\nu^{-2.1}$  se puede entender así: La “sección recta” de los fotones va como  $\lambda^2$  o sea  $\nu^{-2}$ . A mayor sección recta más interacciones. El exponente 0.1 extra viene de los cálculos exactos. El término de  $T_{ex}$  es el más difícil de explicar de manera intuitiva. Veámoslo en términos de la emisividad

$$\frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \propto T_{ex} \nu^2$$

$$\kappa_\nu \propto j_\nu T_{ex}^{-1} \nu^{-2}$$

y como  $j_\nu \propto n_e^2$ , entonces obtenemos

$$\kappa_\nu \propto n_e^2 T_{ex}^{-1} \nu^{-2}$$



Figure 40. La nebulosa de Orión un ejemplo de Región HII

la opacidad  $\tau_\nu$  es proporcional al coeficiente de absorción  $\kappa_\nu$ , entonces

$$\tau_\nu \propto \kappa_\nu \propto T_{ex}^{-1}$$

El exponente  $-1.35$  viene de los calculos exactos.

## 6.2. REGIONES HII

Podemos hacer algunas simplificaciones para obtener los parámetros físicos de una región HII.

Combinando las ecuaciones

$$T_B = (T_{ex} - T_{bg})(1 - e^{-\tau_\nu}), \quad (6.2)$$

y

$$\tau_\nu = 0.082 \left[ \frac{n_p n_e L}{\text{cm}^{-6} \text{pc}} \right] \left[ \frac{T_{ex}}{K} \right]^{-1.35} \left[ \frac{\nu}{\text{GHz}} \right]^{-2.1} \quad (6.3)$$

es posible averiguar los parámetros de una región H II. A primera aproximación, se pueden idealizar las regiones H II como esferas homogéneas e isoterma de hidrógeno puro completamente ionizado.

Si observamos el centro de la región H II a una frecuencia  $\nu$  lo suficientemente pequeña para que  $\tau_\nu \gg 1$  obtenemos

$$T_B \simeq (T_{ex} - T_{bg})$$

Generalmente se encuentran valores cercanos a 10,000 K. Entonces, como  $T_{ex} \approx 10^4 K \gg T_{bg} \approx 3 K$ , podemos aproximar a

$$T_B \simeq T_{ex}$$

¡Esta medición nos da directamente la temperatura de excitación (igual a la temperatura cinética) del plasma!

Ahora hacemos una segunda medición pero a una  $\nu$  lo suficientemente grande para que  $\tau_\nu \ll 1$ . Entonces,

$$T_B = 0.082 \left[ \frac{n_p n_e}{cm^{-6}} \right] \left[ \frac{L}{pc} \right] \left[ \frac{T_{ex}}{K} \right]^{-0.35} \left[ \frac{\nu}{GHz} \right]^{-2.1} \quad (6.4)$$

En esta ecuación conocemos  $T_{ex}$  y la frecuencia de observación  $\nu$ . Como lo que medimos es  $T_B$  podemos encontrar

$$\left[ \frac{n_p n_e}{cm^{-6}} \right] \left[ \frac{L}{pc} \right]$$

Como en un plasma de hidrógeno puro,  $n_p = n_e$ , la cantidad anterior puede escribirse como

$$\left( \frac{n_e^2}{cm^{-6}} \right) \left( \frac{L}{pc} \right)$$

A este producto se le llama la **medida de emisión** (ME). Esta medida es usada frecuentemente por los astrónomos para describir el centro de una región H II. Finalmente, si conocemos  $L$  (conociendo el tamaño angular de la fuente y su distancia al Sol) podemos encontrar  $n_e$ .

Para la Nebulosa de Orión, quizá la región HII mejor estudiada del cielo, se encuentra

$$T_{ex} = 8500 K$$

$$L = 0.5 pc$$

$$n_e = 3000 cm^{-3}$$

$$M = 4.9 M_\odot$$

$M$  es la masa del gas ionizado dada en masas solares,  $M_\odot = 1.99 \times 10^{33}$  gr.

### 6.3. DERIVACION DEL INDICE ESPECTRAL DE UNA REGION HII

El espectro de emisión se obtiene de ver como cambia el flujo,  $S_\nu$ , como función de la frecuencia,  $\nu$ . Para una región HII la densidad de flujo  $S_\nu$ , viene dada por la siguiente expresión,

$$S_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} \Omega_S T_e (1 - e^{-\tau_\nu})$$

donde,  $T_e$  es la temperatura electrónica del gas,  $\Omega_S$  es el ángulo sólido de la fuente,  $k$  es la constante de Boltzmann, y  $\tau_\nu$  la profundidad óptica del gas como función de la frecuencia  $\nu$ .

De esta última expresión podemos derivar dos casos límite cuando  $\tau_\nu \gg 1$  (fuente ópticamente gruesa) y  $\tau_\nu \ll 1$  (fuente ópticamente delgada).

i)  $\tau_\nu \gg 1$ : el índice espectral es  $+2$  ( $S_\nu \propto \nu^2$ ). Su densidad de flujo en función de su temperatura electrónica,  $T_e$ , de la frecuencia,  $\nu$  y de su diámetro angular,  $\theta_S$ , está dada por,

$$\left[ \frac{S_\nu}{Jy} \right] = 20.4 \left[ \frac{T_e}{10^4 K} \right] \left[ \frac{\nu}{GHz} \right]^2 \left[ \frac{\theta_s}{arcmin} \right]^2$$

ii)  $\tau_\nu \ll 1$ : el índice espectral es  $-0.1$  ( $S_\nu \propto \nu^{-0.1}$ ). Su densidad de flujo viene dada por,

$$\left[ \frac{S_\nu}{Jy} \right] = 20.4 \left[ \frac{T_e}{10^4 K} \right] \left[ \frac{\nu}{GHz} \right]^2 \left[ \frac{\theta_s}{arcmin} \right]^2 \tau_\nu$$

En la Figura 41 se muestra el espectro de emisión en continuo para varias nebulosas planetarias en la región de radio, las nebulosas planetarias también son regiones ionizadas, observando claramente los dos casos límite. Nótese que para una frecuencia  $\sim 1$  GHz la emisión cambia de ópticamente gruesa a ópticamente delgada.

#### 6.4. OBTENCION DE PARAMETROS FISICOS EN REGIONES HII

El tamaño de la región ionizada depende de la distribución inicial de gas alrededor de la estrella y de la cantidad total de energía radiada por ella. Suponiendo un medio homogéneo compuesto de hidrógeno, la región que puede ionizar la estrella recibe el nombre de *esfera de Strömngren* y no es más que una igualdad entre el número de fotones ionizantes producidos por la estrella por unidad de tiempo ( $\dot{N}_i$ ) y el número de recombinaciones de los iones,

$$\dot{N}_i = \frac{4}{3} \pi R_S^3 n_e^2 \alpha_{(2)}$$

donde,  $R_S$  es el radio de Strömngren,  $n_e$  es la densidad de electrones y  $\alpha_{(2)}$  es el coeficiente de recombinación a partir del nivel 2.

Siguiendo el análisis de Schraml & Mezger (1969) es posible obtener expresiones sencillas para la determinación de los parámetros físicos de una envoltura ionizada, la cual puede ser una región HII o bien una nebulosa planetaria. Suponiendo que la envoltura ionizada es esférica y homogénea, con una temperatura electrónica de  $\sim 10^4 K$ , y ópticamente delgada ( $\tau \ll 1$ ) se obtienen las siguientes expresiones para la densidad electrónica,  $n_e$ , masa ionizada,  $M_{HII}$ , medida de emisión, ME, número de fotones ionizantes,  $N_i$ , y profundidad óptica,  $\tau_\nu$ , a  $\nu=4.9$  GHz (Rodríguez, et al. 1980, ApJ, 235, 845).

$$\left[ \frac{n_e}{cm^{-3}} \right] = 7.8 \times 10^3 \left[ \frac{S_\nu}{mJy} \right]^{0.5} \left[ \frac{D}{kpc} \right]^{-0.5} \left[ \frac{\theta_s}{arcsec} \right]^{-1.5}$$

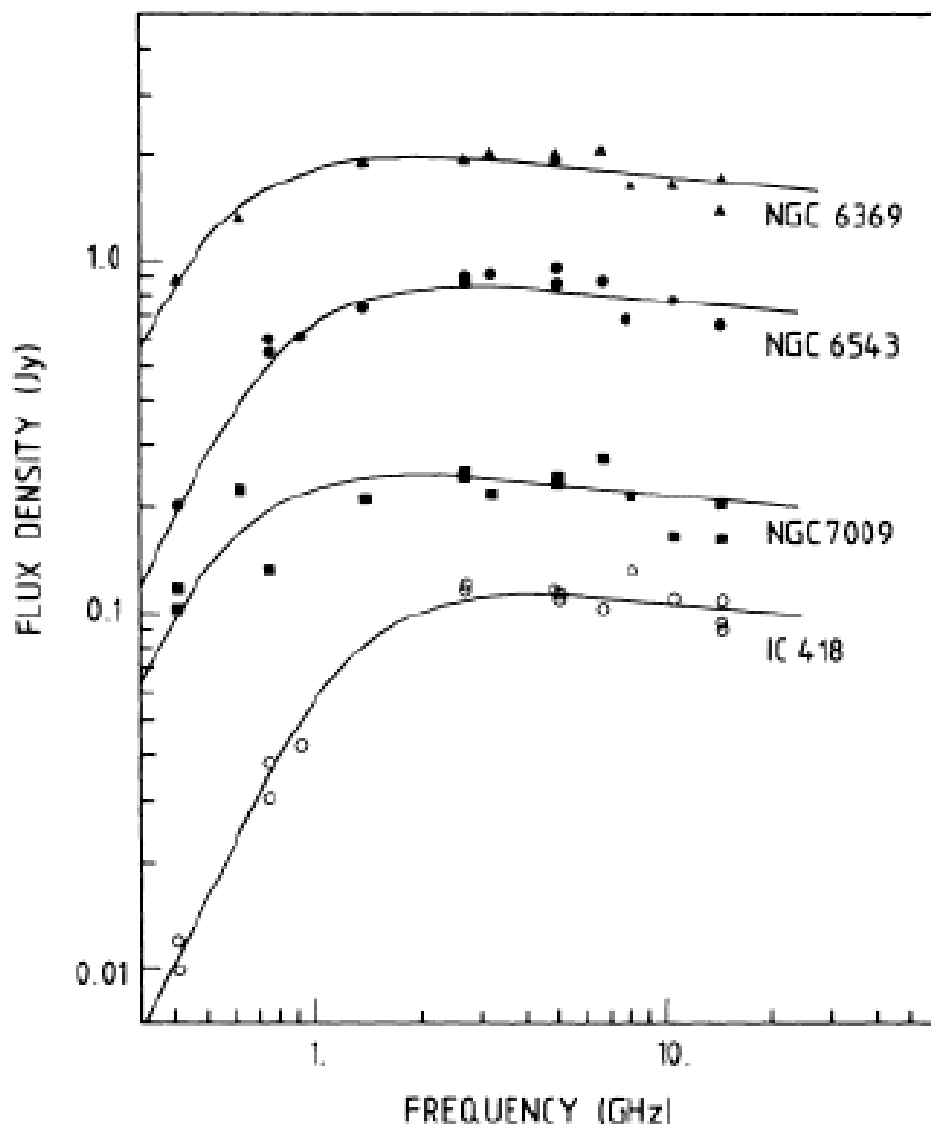


Figure 41. Densidad de flujo vs frecuencia para varias nebulosas planetarias (Garay, Gathier & Rodríguez 1989, A&A 215, 101).

$$\left[ \frac{M_{HII}}{M_{\odot}} \right] = 3.7 \times 10^{-5} \left[ \frac{S_{\nu}}{mJy} \right]^{0.5} \left[ \frac{D}{kpc} \right]^{2.5} \left[ \frac{\theta_s}{arcsec} \right]^{1.5}$$

$$\left[ \frac{ME}{cm^{-6}pc} \right] = 4.4 \times 10^5 \left[ \frac{S_{\nu}}{mJy} \right] \left[ \frac{\theta_s}{arcsec} \right]^{-2}$$

$$\left[ \frac{N_i}{fotones s^{-1}} \right] = 9 \times 10^{43} \left[ \frac{S_{\nu}}{mJy} \right] \left[ \frac{D}{kpc} \right]^2$$

$$\tau_{4.9 GHz} = 1.2 \times 10^{-8} \left[ \frac{ME}{cm^{-6}pc} \right]$$

donde,  $S_{\nu}$  es la densidad de flujo de radio a 4.9 GHz, D es la distancia a la fuente, y  $\theta_s$  es el tamaño de la fuente a potencia media.



Figure 42. Imágen de la Corona Solar durante un Eclipse Total (1999)

ii) **LA CORONA SOLAR: OTRO EJEMPLO DE UN PLASMA.** En la década de los cincuentas se hicieron experimentos para medir en el radio la temperatura de brillo del Sol. A frecuencias mayores que 20 GHz se encuentra lo esperado, o sea  $T_B \simeq 6000 \text{ K}$ . Sin embargo, a frecuencias más bajas la  $T_B$  medida aumentaba hasta llegar a ser  $T_B \simeq 10^6 \text{ K}$  a 100 MHz.

Esta situación la causaba la corona, una capa gaseosa muy caliente,  $\sim 10^6 \text{ K}$ , y tenue que cubre al Sol y que sólo se ve fácilmente en la región del visible durante un eclipse.

La ecuación de transporte para la radiación en el centro del Sol es,

$$T_B = 6000 e^{-\tau_\nu} + 1,000,000(1 - e^{-\tau_\nu})$$

Si suponemos aproximadamente que durante el Sol quieto, la corona tiene un espesor de un radio solar  $R_\odot = 6.96 \times 10^{11} \text{ cm}$ , es fácil determinar la densidad electrónica promedio de la corona.

A bajas frecuencias encontramos  $T_B \simeq T_{ex} \simeq 10^6 \text{ K}$ . De la figura con los datos vemos que a 1 GHz,  $T_B \simeq 10^5 \text{ K}$ , de donde derivamos que  $\tau_{1GHz} \simeq 0.1$ . Usando la fórmula 6.1.

$$\tau_\nu = 0.082 \left[ \frac{n_e^2}{\text{cm}^{-6}} \right] \left[ \frac{L}{pc} \right] \left[ \frac{T_{ex}}{K} \right]^{-1.35} \left[ \frac{\nu}{GHz} \right]^{-2.1}$$

encontramos  $n_e \simeq 10^8 \text{ cm}^{-3}$ .

En realidad la emisión del Sol es muy compleja y además de la emisión térmica (libre-libre) discutida aquí, tiene emisión no-térmica (sincrotrónica) muy importante.

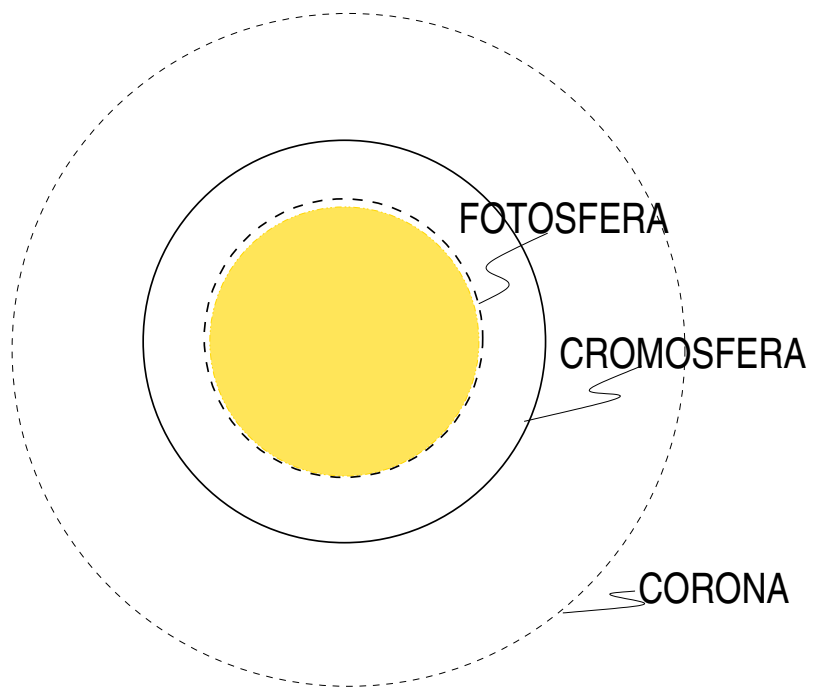


Figure 43. Imágen de la Corona Solar durante un Eclipse Total (1999)



### 6.5. EL FLUJO DE UNA ESTRELLA DE TIPO SOLAR A DISTANCIAS INTERESTELARES

Supongamos que observamos al Sol a 20 GHz donde  $T_B \simeq 6000$  K. Su flujo en la Tierra será

$$S_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_B \Omega \quad (6.5)$$

como  $\Omega$  (Sol)  $\simeq 6.8 \times 10^{-5}$  esteradianes;  $S_\nu = 5.0 \times 10^{-17} \text{ erg cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ s}^{-1} = 5.0 \times 10^6 \text{ Jy}$ . Una estrella idéntica al Sol colocada a 1 pc ( $3.1 \times 10^{18}$  cm) tendrá  $\Omega(\text{estrella}) = 1.6 \times 10^{-15}$  esteradianes. O sea que tendrá en la Tierra un flujo,  $S_\nu = 1.2 \times 10^{-4} \text{ Jy}$ .

Este es un flujo muy débil sólo detectable por el mejor instrumento (el Very Large Array) después de horas de integración. Este cálculo implica que el cielo de radio está dominado por objetos **distintos** a las estrellas de la secuencia principal, como es el Sol. A una frecuencia dada, el flujo va como  $T_B \Omega$  y por lo tanto para que el flujo sea considerable hará falta que la temperatura de brillo sea grande o que el ángulo sólido del objeto sea grande. La radiación no-térmica (o sincrotrónica) alcanza temperaturas de brillo muy grandes y aún cuando el objeto tenga un ángulo sólido muy pequeño, el flujo será considerable.

### 6.6. ESPECTRO DE VIENTOS ESTELARES IONIZADOS

Durante las primeras etapas de la formación estelar la estrella eyecta material de manera constante en forma de un viento estelar, el cuál esta formado por material parcial o totalmente ionizado. Para el caso más sencillo de un viento estelar con simetría esférica, la densidad electrónica,  $n_e$ , suponiendo conservación de masa, será inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la estrella.

A una frecuencia cualquiera, el viento colimado o chorro puede dividirse en dos zonas distintas: una ópticamente delgada y otra ópticamente gruesa. La distancia a la estrella,  $R_T$ , que separa las dos zonas (ver Figura 44), es la que corresponde a una profundidad óptica igual a uno, de modo que

$$1 = \tau \propto M E \nu^{-2.1} \propto n_e^2(R_T) \nu^{-2.1} R_T \propto R_T^{-3} \nu^{-2.1}$$

Por lo tanto,

$$R_T \propto \nu^{-2.1/3} = \nu^{-0.7}$$

Es decir que el tamaño del viento estelar (medido como aquel para el cual la profundidad óptica se hace unidad) es proporcional a la potencia  $-0.7$  de la frecuencia.

En cuanto a la densidad de flujo del viento estelar, ésta corresponderá aproximadamente a la de una región de temperatura  $T_e$  y ángulo sólido proporcional a  $R_T^2$ :

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

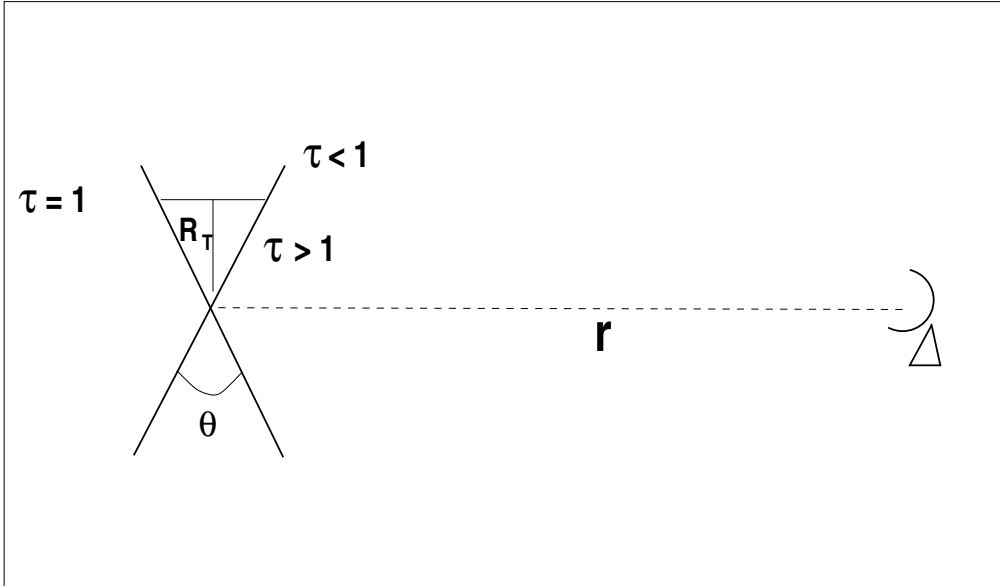


Figure 44. Flujo de radiación para un viento estelar.

Donde el área está dada por

$$A = \frac{R_T^2 \theta}{2}$$

por lo que el ángulo sólido nos queda

$$\Omega = \frac{R_T^2 \theta}{2r^2}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de apertura del cono y  $r$  es la distancia al observador.

El flujo nos queda como

$$S_\nu \propto \nu^2 R_T^2 \propto \nu^2 \nu^{-1.4} = \nu^{0.6}$$

de hecho

$$S_\nu = \frac{2kT_e \nu^2}{c^2} 2\Omega$$

donde ya se tomaron en cuenta las dos mitades que contribuyen al flujo.

Por lo tanto, el índice espectral de un viento ionizado con velocidad constante es +0.6 (ver Figura 45).

Un ejemplo donde se cumplen aproximadamente estas relaciones es en la fuente Cep A HW2 que se muestra en la Figura 46 (Rodríguez et al. 1994). Observacionalmente, obtienen los siguientes valores

$$R_T \propto \nu^{-0.57 \pm 0.02}$$

$$S_\nu \propto \nu^{0.69 \pm 0.06}$$

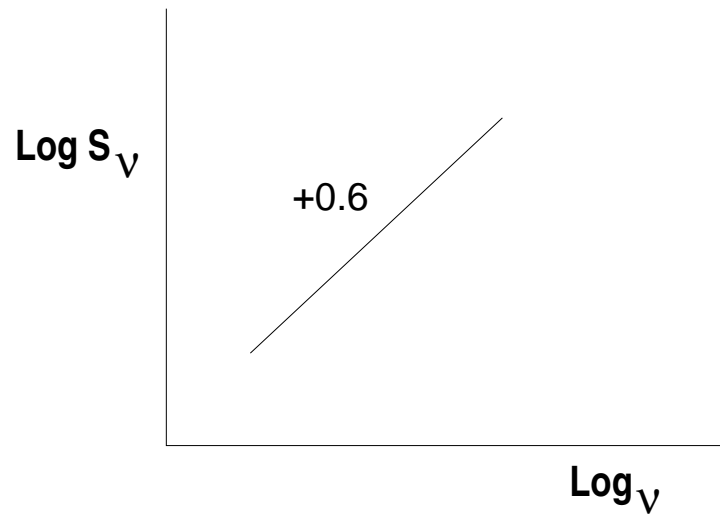


Figure 45. Espectro de radiación para un viento estelar.

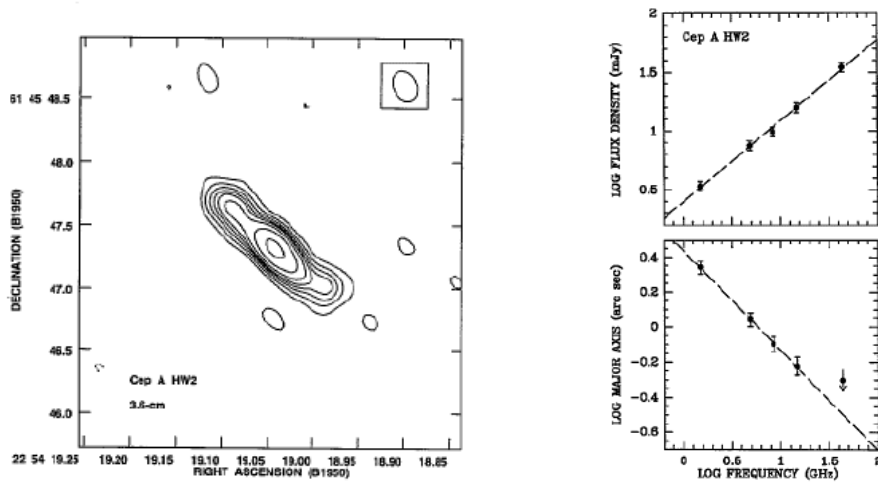


Figure 46. Mapa de radio continuo a 3.6 cm de la fuente Cep A HW2 hecho con el VLA y que muestra el chorro de gas ionizado y las dependencias del flujo y el tamaño con la frecuencia (Rodríguez et al. 1994).

## 6.7. RADIACION DE POLVO

En el medio interestelar existen partículas de polvo, con dimensión típica de décimas de micra y compuestas de grafitos, silicatos, y posiblemente recubiertas de hielos de moléculas como el agua y el amoníaco.

Hasta recientemente no se consideraba posible detectar emisión de polvo en ondas de radio. La razón de ésto es que el polvo absorbe (y emite) débilmente en la región de radio. Como una primera aproximación podemos suponer que el coeficiente de absorción del polvo va linealmente como la frecuencia:

$$\kappa_\nu = \kappa_{\nu_0} (\nu/\nu_0).$$

O sea, que el polvo es más y más opaco conforme vamos del radio, al infrarrojo, luego al visible y al ultravioleta. Esta dependencia se rompe al ir hacia los rayos X y rayos  $\gamma$ , donde la opacidad del polvo empieza a descender. Pero en la región de radio a UV es aproximadamente válida esta suposición. Como el proceso de emisión del polvo es un proceso térmico, su función fuente será la ecuación de cuerpo negro. Usando la ecuación de cuerpo negro en el límite de Rayleigh-Jeans nos queda:

$$\frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \propto T_{ex} \nu^2,$$

$$J_\nu \propto T_{ex} \nu^{-3}.$$

De modo que la emisión del polvo ópticamente delgado decae como  $\nu^{-3}$  y en el radio (frecuencias pequeñas) se espera emisión muy débil.

Sin embargo, con el aumento de la sensibilidad de los radiotelescopios y observando a las frecuencias más altas posibles (que equivalen a longitudes de onda milimétricas) se ha detectado emisión de polvo de varios objetos, en particular de los discos protoplanetarios que existen alrededor de las estrellas muy jóvenes y que se cree se irán condensando en planetas (ver Figura).

De esta manera, el espectro de continuo de radio de una estrella joven está dominado por una parte que aumenta lentamente con la frecuencia en la región centimétrica (dominada por la emisión libre-libre de los vientos ionizados) y por una parte que aumenta rápidamente con la frecuencia en la región milimétrica (dominada por la emisión del polvo de los discos protoplanetarios). En la figura mostramos el espectro de la estrella HL Tau.

Suponiendo que la emisión de polvo es ópticamente delgada (lo cual es generalmente adecuado en la región milimétrica), y adoptando una temperatura para los discos (digamos  $T_d = 100$  K) así como un cociente de gas a polvo (cuanta masa hay en gas en comparación con el polvo, generalmente 100 a 1), es posible estimar la masa total del disco (ésto es, la masa no sólo del polvo, sino del gas también) con la fórmula:

$$\left[ \frac{M_d}{M_\odot} \right] = 0.016 \left[ \frac{T_d}{100 \text{ K}} \right] \left[ \frac{\nu}{100 \text{ GHz}} \right]^{-3} \left[ \frac{S_\nu}{\text{mJy}} \right] \left[ \frac{D}{\text{kpc}} \right],$$

donde  $S_\nu$  es la densidad de flujo y  $D$  la distancia a la fuente.

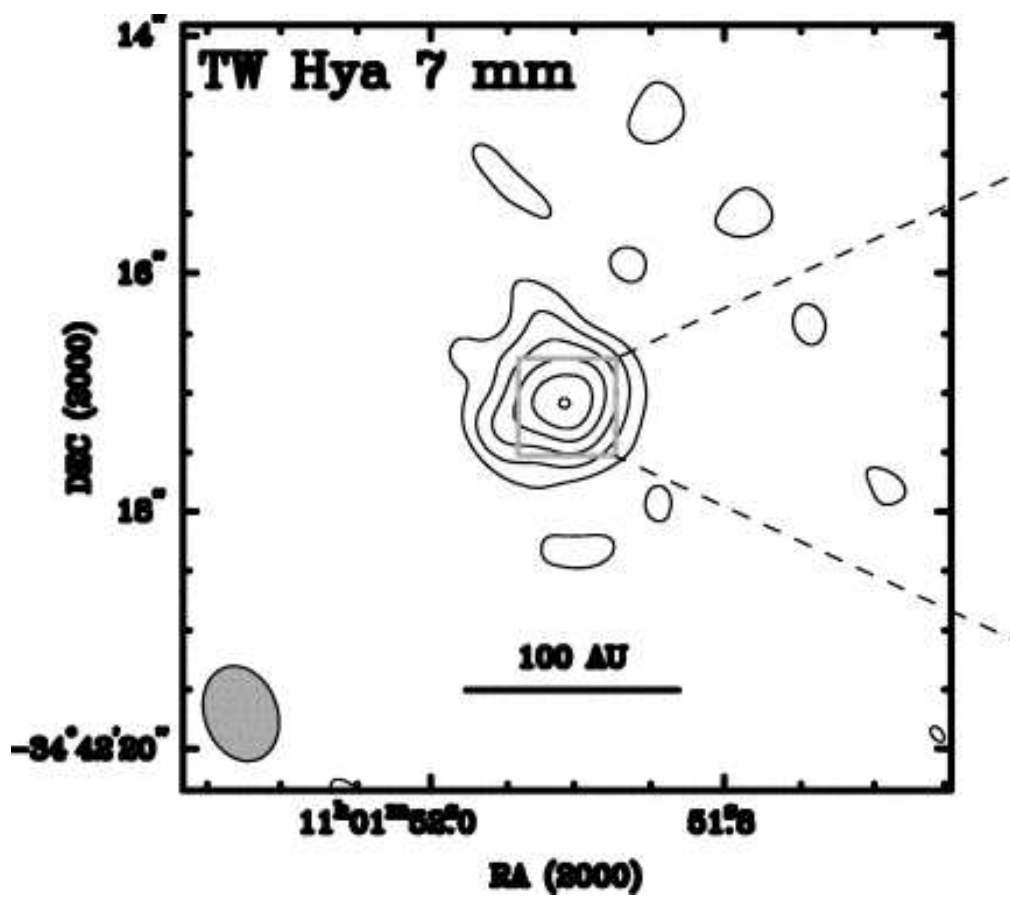


Figure 47. Imágen del disco de la estrella TW Hya a 7 mm hecha con el Very Large Array.

