Guía para el primer examen parcial

(Fecha del examen: 9 marzo, 2016)

Nota: El examen dura 45 minutos y consiste en un subconjunto (pequeño) de los problemas de esta guía (o problemas muy similares).

1. Escribir un programa de Matlab (un "script") que produce una gráfica (un "plot") de cada una de las siguientes funciones en el rango de $-10 \le x \le 10$ (una ventana separada para cada función).

   a) $f_1(x) = \sin(10x) + \sin(11x)$.
   b) $f_2(x) = x^2 \sin(50x)$.
   c) $f_3(x) = x^2 + 3\sin(5\pi x)$.
   d) $f_4(x) = e^{-x^2}$.
   e) $f_5(x) = \frac{1}{1+x^4}$

2. Escribir un programa de Matlab que genera las siguientes matrices ("arreglos", o "arrays"):

   a) $[0.3, -4, 0, 1.6]$ (un renglon con 4 elementos).

   b) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ (una columna con 3 elementos)

   c) Una matriz cuadrada de 20×20 con puros 0's.

   d) Una matriz de 20×30 (20 renglones y 30 columnas) con puros 1's.

   e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ("la matriz de identidad 5×5")

   f) $[100, 102, \ldots, 200]$ (un solo renglon con todos los números pares entre 100 y 200).

   g) Una matriz de 10×10 cuyo elemento (i, j) es ij ("tabla de multiplicación").

3. Escribir programas de Matlab que hacen lo siguiente (un programa para cada inciso):

   a) Input: un entero n. Output: `"n es par"` o `"n es impar"`.
   b) Input: dos números reales. Output: el más grande entre ellos. Si son iguales despliega la frase `"son iguales"`.
   c) Input: tres números reales. Output: el más grande entre ellos. Si los tres son iguales se despliega la frase `"son iguales"`.
   d) Input: un entero positivo n. Output: la suma $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$.
   e) Input: un entero positivo n. Output: la suma $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{1}{n}$.

f) Input: 3 números reales a, b, c, con $a \neq 0$. Output: las soluciones (reales) de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. En caso que la ecuación no tiene soluciones reales (esto es, cuando $b^2 - 4ac < 0$) el programa lo indica.

4. Para cada entero $n \geq 0$ definimos el polinimio

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}.$$

("el polinomio de Taylor de grado n de la función $y = e^x$ en $x = 0$").

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} p_0(x) &= 1, \\ p_1(x) &= 1 + x, \\ p_2(x) &= 1 + \frac{x^2}{2}, \\ p_3(x) &= 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}. \end{aligned}$$

a) Definir una función de Matlab `p(n,x)` cuyo valor en `n,x` es $p_n(x)$.

b) Hacer un programa de Matlab que recibe como input un entero $n \geq 0$ y que usa la función `p(n,x)` del inciso anterior para producir las gráficas de $y = e^x$ y $y = p_n(x)$ en el rango $-5 \leq x \leq 5$ (las dos gráficas encimadas en la misma ventanita).

c) Repetir los 2 incisos anteriores con los polinomios

$$q_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, \quad n \geq 1.$$

d) Después de mirar las gráficas producidas por los dos incisos anteriores, ¿cuáles polinomios te parece que aproximan mejor la función $y = e^x$, los $p_n(x)$ o los $q_n(x)$?

5. *a*) Definir una función `F(x)` en Matlab dada por la fórmula

$$F(x) = \int_0^x e^{-s^2} ds.$$

b) Graficar la función $y = F(x)$ en el rango $-10 \leq x \leq 10$.