Guia para el examen final

Fecha del examen: 5 dic, 2016

1. Construir, con regla y compás:
   a) El círculo circumscrito de un triángulo dado.
   b) El círculo inscrito de un triángulo dado.
   c) El centro de un círculo dado.
   d) La recta tangente en un punto dado de un círculo dado.
   (Sugerencia: la tangente es perpendicular al radio que llega al punto de tangencia).
   e) Las dos rectas tangentes a un cícrculo dado, que pasan por un punto dado fuera del círculo.
   f) Un segmento que es $5/3$ veces más largo que un segmento dado.
   g) Un segmento que es $\sqrt{2}$ veces más largo que un segmento dado.
   h) Un segmento que es $\sqrt{3}$ veces más largo que un segmento dado.
   (Sugerencia: considera un triángulo rectángulo con catetos 1 y $\sqrt{2}$.)
   i) Un triángulo equilátero con el mismo área que un cuadrado dado.
   j) Ángulos de: 15, 30, 45, 60, 75, 105 grados. Reto (opcional): 72 grados.

   Nota: hay que dar en cada inciso una descripción formal y precisa, siguiendo el ejemplo de la tarea 2.

2. Demostrar:
   a) Los ángulos de la base de un triángulo isosceles son iguales.
   b) Un triángulo que dos de sus ángulos son iguales es isosceles.
   c) Las tres medianas de un triángulo son concurentes (pasan por un punto). El punto de concurencia se llama el *baricentro* del triángulo (o el *centroide*).
   d) El baricentro de un triángulo divide cada mediana en una proporción 2:1.
   e) Las tres bisectrices de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia se llama el *incentro* del triángulo.
   f) Las tres mediatrices de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia se llama el *circumcentro* del triángulo.
   g) Reto (opcional): las tres alturas de un triángulo son concurentes. El punto de concurencia de las tres alturas se llama el *ortocentro* del triángulo.
   h) Reto (opcional): para cualquier triángulo no equilátero, el baricentro, circumcentro y ortocentro se encuentran sobre una linea. Esta línea se llama *la línea de Euler* del triángulo.

   Nota: hay que dar en cada inciso una demostración formal y precisa, acompañada con un dibujo, siguiendo los ejemplos de la tarea 3.

3. Calcular:

   Nota: los problemas que requieren uso de calculadora están marcadas con (C).

   a) El área de un triángulo equilátero con perímetro 10.
   b) El área de un triángulo rectángulo isosceles con perímetro 10.
   c) El área de un triángulo con ángulos 30-30-120 con perímetro 10.
   d) La suma (en grados y radianes) de los ángulos interiores de un polígono con n lados. Verifica que la fórmula que obtienes da 180^0 para $n = 3$.
   e) La cuerda de un círculo de radio 10 que se encuentra en frente de un ángulo inscrito de 30^0.
   f) Dados: dos triángulos semejantes. El perímetro de uno es el doble del perímetro del otro. Calcula la proporción entre sus áreas.

g) Dados: dos triángulos semejantes. El área de uno es el doble del área del otro. Calcula la proporción entre alturas correspondientes.

h) El $\operatorname{sen} 3\alpha$ y $\cos 3\alpha$ en términos de $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$.

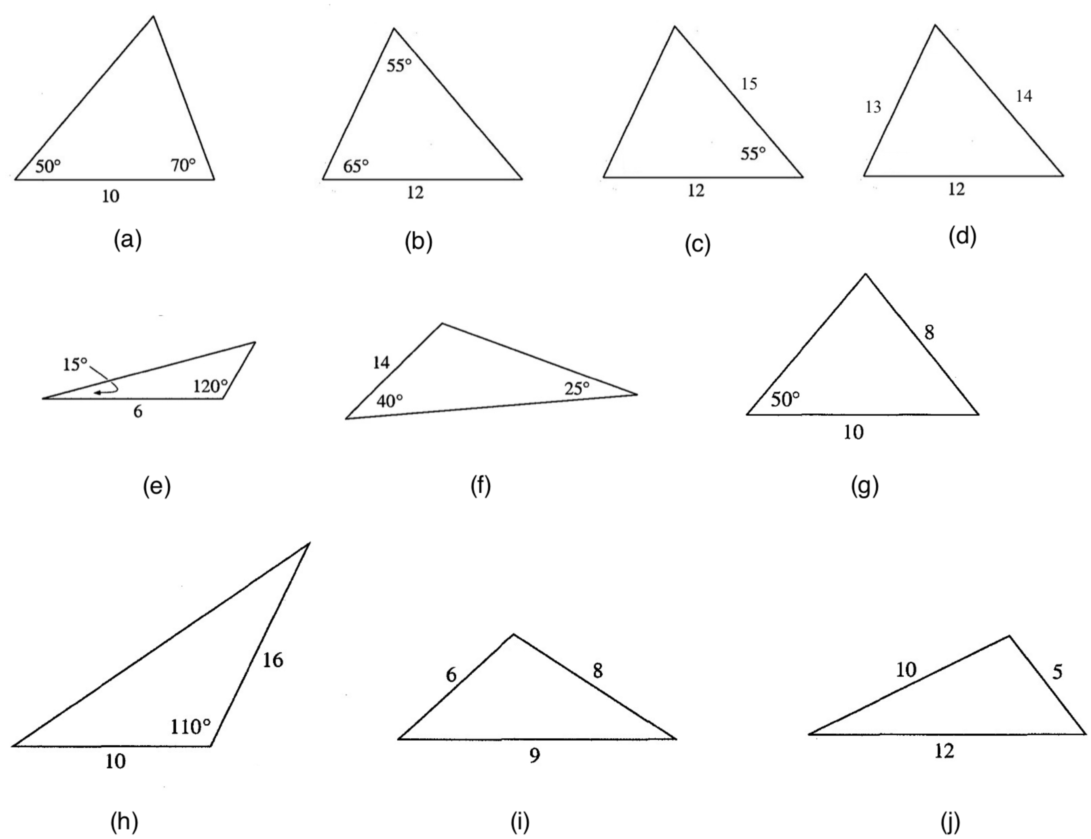
i) El $\tan 3\alpha$ en términos de $\tan \alpha$.

j) (C) El ángulo de inclinación de una rampa de 3 metros al levantar uno de sus extremo por 10cm, 20cm y 30cm.

k) El número de vueltas que da la rueda trasera de una bici con diámetro de 80cm, al recorrer una distancia horizontal de 2km.

l) La velocidad ángular (número de vueltas por minuto) de una rueda con diametro de 60cm de un coche que va a 60km por hora.

m) (C) Las medidas de lados y ángulos faltantes y el área de los triángulos siguientes.



Nota: en cada inciso hay que justificar la cuenta con detalle y precisión, como hemos hecho en la clase.

4. Gráficas de funciones trigonométricas

a) Dibujar las gráficas de $y = \operatorname{sen} x$ y $y = \cos x$ en el rango $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

b) Usar las gráficas del inciso anterior para encontrar las soluciones (aproximadas) en el rango $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ de las ecuaciones

(1) $\sin x = 1/3$. (2) $\cos x = -1/4$. (3) $\sin x = \cos x$. (4) $\sin x = -\cos x$.

(5) $\sin x = \cos 2x$. (6) $\sin x = 2\cos 2x$.

c) (C) Resolver las ecuaciones anteriores en el rango $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.