

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
TERCER CURSO DEL BACHILLERATO EN EL CIMAT
30 DE OCTUBRE DE 2013

1. Sin calculadora, determinar el valor de $\sin(113^\circ)\cos(307^\circ) + \cos(113^\circ)\sin(307^\circ)$ y explicar el por qué del resultado.

2.a Si α y β son agudos y $\sin \alpha = 4/5$ y $\sin \beta = 12/13$, determinar $\sin(\alpha + \beta)$ y $\cos(\alpha + \beta)$.

2.b ¿En qué cuadrante está $\alpha + \beta$?

2.c Si no decimos que los ángulos son agudos, ¿cuántas posibles respuestas habrían?

3.a Demostrar que,

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta},$$

3.b ¿Para qué valores de α son aplicables estas fórmulas?

3.c Aplicar la fórmula a los ángulos $\alpha = 7\pi/6$ y $\beta = 5\pi/3$.

4. Demostrar que $\cos 20^\circ + \cos 100^\circ + \cos 140^\circ = 0$.

5. Demostrar que,

$$\frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ} = \sqrt{3}.$$

6. Suponer que α es un ángulo que satisface $-4\pi \leq \alpha < 4\pi$. Determinar, sin calculadora, todas las soluciones de las siguientes ecuaciones y explicar sus resultados:

$$\begin{array}{lll} \sin \alpha = -1, & \cos \alpha = 1/2, & \cos^2 \alpha = 3/4 \\ \sin \alpha = -1/2, & \sin^2 \alpha = 1/2, & \cos \alpha = -1/2 \end{array}$$

7. Si $\sin \alpha = -3/15$, ¿en qué cuadrante termina α y cuáles son los posibles valores para $\cos \alpha$?

8. Una rueda de bici de radio 3 unidades, rueda a lo largo de una línea recta. Si cubre una distancia total de 36 unidades, ¿qué ángulo total giró en radianes?

9.a Usar las fórmulas de adición de senos y cosenos para determinar $\cos 2\alpha$ y $\sin 2\alpha$, en términos de $\cos \alpha$ y $\sin \alpha$.

9.b Usando las fórmulas del ejercicio anterior para $\cos 2\alpha$ y $\sin 2\alpha$, determinar fórmulas para calcular $\cos(\beta/2)$ y $\sin(\beta/2)$ en términos de $\cos \beta$ y $\sin \beta$.

9.c Usar el resultado anterior para determinar, sin calculadora, $\cos(15^\circ)$ y $\sin(15^\circ)$.

9.d Usar el resultado anterior y las fórmulas de adición para determinar, sin calculadora, los valores de $\cos(75^\circ)$ y $\sin(75^\circ)$.

10. Demostrar que, $\sin \alpha + \sin(\alpha + 2\pi/3) + \sin(\alpha + 4\pi/3) = 0$.